

BJÖRLING, CARL FABIAN EMANUEL

Ett genmäle till Hr.G.Dillner.

Halmstad
1872

EOD – Miljoner böcker bara en knapptryckning bort. I mer än 10 europeiska länder!



Tack för att du väljer EOD!

Europeiska bibliotek har miljontals böcker från 1400-till 1900-talet i sina samlingar. Alla dessa böcker går nu att få som e-böcker – de är bara ett musklick bort. Sök i katalogen från något av biblioteken i eBooks on Demand- nätverket (EOD) och beställ boken som e-bok – tillgängligt från hela världen, 24 timmar per dag och 7 dagar i veckan. Boken digitaliseras och blir tillgänglig för dig som e-bok.

EOD bokens fördelar!

- Få samma utseende och känsla som med originalet!
- Använd ditt standardprogram för att läsa boken på skärmen, zooma och navigera genom boken.
- Skriv ut enstaka sidor eller hela boken.
- *Sök:* Använd fulltextsökning för enskilda fraser.
- *Klipp & klistra:* Kopiera bilder och delar av texten till andra applikationer (t.ex. ordbehandlingsprogram).

Villkor för användning

Genom att använda EOD-tjänsten accepterar du de villkor som ställs av biblioteket som äger den aktuella boken.

- Villkoren på svenska: <http://books2ebooks.eu/odm/html/nls/sv/agb.html>

Fler e-böcker

Redan nu erbjuder 30 bibliotek från 12 europeiska länder denna service. Mer information finns tillgängliga via <http://books2ebooks.eu> alla boken.

- <http://search.books2ebooks.eu/>

BJÖRLING, C. A. S.

1872
=

Udöco.
Uuir.
Lund
Befogade.
(Kör)
1872

Ett genmäle till Hr G. Dillner.

Följande uppsats är föranledd af »Svar på några punkter i Handlingar rörande återbesättandet af en professur i matematik vid universitetet i Lund» af Göran Dillner. Då förf. till nämnda svar ansett det lämpligt att genom detsamma göra ett tillägg till sin underd. förklaring af d. 22 April 1872, torde också undertecknad få anse sig befogad att göra detsamma i afseende på sina underd. slutpåminnelser i frågan.

Hr D. förklarar sig hafva affattat sitt svar »i sanningens intresse» (D. 1) ¹⁾. Min uppriktiga önskan att tro denna försäkran föranleder mig att med tystnad förbigå åtskilliga punkter af svaret, hvilkas sammanhang med nämnda motiv är svårt att fatta. Blott ett exempel må för tydlighets skull här finna plats. Å sid. (D. 15) yttras:

«Hr B. synes dock vilja taga betydelsen af originalarbete i den mening, att ett sådant skulle innehålla någon upptäckt. Om Hr B. skulle upprätta en lista på dylika arbeten, så skulle säkerligen bland nu lefvande matematici icke många få sin plats på en sådan; etc.»

en förmodan, hvilken jag tillsvidare blott vill beteckna såsom alldeles *främmande* för frågan.

Hr D. yttrar i början af sin uppsats, »att frånvaron af omdömen af part mot part icke är någon förlust för den utom frågan stående allmänheten» (D. 2). För att tillmötesgå Hr D. så mycket som möjligt skall jag medgifva, att icke allenast dylika »omdömen», utan t. o. m. en polemik parter emellan visst icke i *allmänhet* hör till önskyvärda företeelser. Men ehuru obenägen att erinra om tilldragelser, hvilka väl något hvar numera gerna vill öfverlemnna åt glömskan, nödgas jag påpeka, att tillfällen kunna inträffa, då en dylik polemik blir en *synnerlig vinst* just för den allmänhet, som intresserar sig för de svenska universiteterna, ehuru den tvifvelsutän kan vara ingenting mindre än angenäm för en eller annan af sjelfva parterna.

¹⁾ Citatet betyder: sid. 1 af ifrågavarande »Svar». För öfrigt betecknas citaten här på samma sätt som der.



1872

“Hr B.“, såges det (D. 2), “som vädjar till en domstol af sakkunnige män (I. 47, II. 53), kunde ock ha besparat sig besväret att bedöma sina medsökande, hvarigenom han undgått att gå de sakkunniges omdöme i förväg med *sina* omdömen.“ Jag behöfver här blott erinra, att *framställandet* af en anhållan alldeles icke är identiskt med *vissheten om densammes beviljande*. Det är tvärtom en klagande parts både rätt och pligt att med vederbörliga skäl styrka befogetheten af sin begäran. Men visserligen skulle jag under *nuvarande* förhållanden af mer än en anledning öfvermåttan gerna iakttagit tystnad. Då emedlertid Hr D. funnit sig af nämnda förhållanden oförhindrad att äfven efter den officiella skriftvexlingens slut fortsätta polemiken, nödgas jag ännu en gång taga ordet, och detta isynnerhet af det skäl, att jag i Hr D:s »svar» blifvit ställd till rätta för åtminstone *ett* yttrande, hvilket jag måste protestera emot att någonsin hafva fällt.

Allt matematiskt författareskap, säger Hr D. (D. 3), kan, såvidt det är sjelfständigt och korrekt, hänföras till någon af följande kategorier: 1) upptäckter, »bildande nya uppslag inom vetenskapen», 2) konsekvenser af gjorda upptäckter och 3) systematiseringar af ett gifvet material. — Ehuru icke anseende denna indelning för den bästa möjliga, vill jag dock *tillsvidare* förena mig derom, dervid blott anmärkande att, då jag om min »Theori för algebraiska eqvationers rötter» begagnat ordet »upptäckt» för att framhålla dess egenskap af originalarbete, ordet dervid alldeles icke blifvit taget i sin här förekommande bemärkelse.

Det är på långt när icke så lätt att förena sig med Hr D. om de exempel, han valt för att förtydliga sin åsigt. «Vidare,» heter det (D. 3), «är Newtons och Leibnitz' limesmetod en upptäckt, då deremot vår nuvarande differential- och integralkalkyl är ett system af satser, som deraf äro mer eller mindre nära till hands liggande konsekvenser; likaså är Cauchys teorem om integraler längs konturer en upptäckt, etc.» Alltså: hela vår nuvarande integralkalkyl är ett system af konsekvenser och tillhör sålunda *andra* kategorien; men Cauchys teorem om integraler längs konturer, d. v. s. *ett enskildt kapitel af denna samma integralkalkyl* är en upptäckt och tillhör den *första*.

Det bjuder emot äfven vid fortsättningen. »Hvad mitt eget

författareskap beträffar,» säger Hr D. (D. 4), »har det *aldrig* ¹⁾ uppträdt med andra anspråk än att tillhöra de två senare af ofvan anförda kategorier.» Det vill synas, som hade Hr D. vid nedskrifvandet häraf förgätit följande strof (Tidskrift 1871: 70):

«Vi se, huruledes man förmedelst denna integralteori med lätthet löser den förut *olösta* ¹⁾ frågan att utveckla . . . , hvarigenom ett *nytt fält* ¹⁾ af särdeles stor utsträckning öppnat sig för den matematiska forskningen. Vi skola finna, huru detta fält i mon af vår theories fortgående utveckling alltjämt vidgar sig att omfatta *nya synpunkter* ¹⁾, hvarifrån man *med säkerhet och klarhet* ¹⁾ kan skärskåda frågor af stor vikt och betydelse, hvilka man *med förut gifna hjälpkällor icke varit i tillfälle att tillfredsställande utreda,* ¹⁾

af hvilken ingen lärer kunna draga någon annan slutsats, än att det är fråga om något »nytt uppslag inom vetenskapen».

Trots denna utlofvade »säkerhet och klarhet» kan man vid genomläsandet häraf ej värja sig för det intryck, att Hr D:s satser måtte icke alltid stämma fullt öfverens med hvarandra. Några flere exempel i samma väg har Hr D. sjelf lemnat i sitt »svar», nemligen genom framdragandet af de sex citaten (D. 7—9), dessa »hållpunkter för diskussionen». Då jag förut mot någon af Hr D:s satser (låt vara A) uppställt och bevisat dess motsats (B), framdrager nu Hr D. ett citat (C), för att genom dess öfverensstämmelse med B visa, att jag missförstått hans mening. Uppenbarligen framgår af denna bevisning ingenting annat, än att Hr D:s satser A och C *icke öfverensstämma med hvarandra.*

Härefter öfvergår jag till de särskilda punkterna.

Min granskning af Hr D:s serie-utvecklingar har jag börjat med att beriktiga »ett besynnerligt misstag», som han syntes mig hafva begått nemligen »att anse fyllnadstermen för en serie-term» (II. 83). Hr D. upplyser nu, »att detta misstag endast existerar i Hr B:s oriktiga föreställning» (D. 11). Jag vågar påstå, att det existerar på åtminstone ett annat ställe. Då nemligen Hr D. till svar på mitt inkast, att det »hittills olösta» problemet ännu icke blifvit löst, säger (II. 41, 42):

«då man . . . gör sig redo för hufvudändamålet med en funktions utveckling i en konvergent serie, att nämligen reducera beräkningen af funktionens värde . . . till praktiskt utförbara räkne-operationer, och då i

den berörda serien för $\frac{1}{e^x + 1}$ ¹⁾ (d. v. s.

¹⁾ Kurs. af und.

$$\frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{n=\infty} (-1)^n x^{2n-1} \left(\frac{An}{(2n-1)!} - \frac{2}{\pi^{2n}} \right) - \frac{2x}{x^2 + \pi^2} \quad (\text{I. 69})$$

”ingen term påträffas af någon svårighet att beräkna¹⁾, . . . så synes det, menskligt att se och döma, som det till lösning framsatta problemet och verkligen blifvit löst“

så framgår häraf otvetydigt, att Hr D. ansett termen $\frac{2x}{x^2 + \pi^2}$ verkligen tillhöra serien eller vara en serie-term *derför*, att den ej erbjuder »någon svårighet att beräkna».

Emedlertid medgifver Hr D. nu, att den ej hör dit. Hufvudformeln (52) eller (53) kan för korthets skull tecknas

$$F = S + \Sigma \quad (\text{D. 8})$$

eller

$$F - \Sigma = S,$$

hvilket naturligtvis är i *sak* alldeles detsamma, och Hr D. påstår fortfarande, att denna formel innehåller solutionen af den »hittills olösta frågan» att utveckla funktioner med oändlighetspunkter i dignitets-serier. På uttrycket ligger här mindre vikt, och det torde *derför* vara i detta hänseende tillräckligt att anmärka, det Hr D. tagit ordet »utveckla» i en särdeles ovanlig betydelse. Men hufvudsaken är, att i *denna* betydelse är det ifrågavarande problemet *alldeles icke* »fört olöst»; det har i denna mening varit löst åtminstone alltsedan den dag, då résidu-kalkylen upptäcktes.

Detta faktum — välbekant naturligtvis för hvarje sakkunnig — har jag bevisat genom min lösning (II. 84—87) af hvad Hr D., besynnerligt nog, kallar »det Bertrandska exemplet» (D. 11.) I högsta grad oväntad är *derför* för mig Hr D:s förklaring, att det »mål», jag dermed åsyftat, är »af fullkomligt *öfverflöd*ig beskaffenhet» (D. 14). Dertill behöfver blott svaras, att jag löst detta problem *derför*, att *Herr Dillner sjelf uppfordrat mig dertill och sjelf föreslagit detta prof såsom afgörande*. Ty sålunda lyda hans ord (II. 42):

”I stället för att åtaga sig alla mina exempel, vill jag föreslå Herr B. att sysselsätta sig med ett af dem, nämligen utvecklingen af funktionen

$\frac{1}{e^x - 1}$ för mod $x > 2\pi$ och då på samma gång hjälpa Bertrand i hans fåfänga försök att lösa denna uppgift (jfr Bertrands Calc. Différent.

¹⁾ Kurs. af und.

pag. 421), men jag tillåter icke Herr B. att dervid begagna den af mig för detta exempel gifna fyllnadstermen (jfr Tidskrift för matem. o. fys., 1871 sid. 57)¹⁾.

Enahanda omdöme faller Hr D. om tabellen öfver fyllnadstermerna å sid. II. 87: »Vi kunna låta den utgå såsom fullkomligt öfverflödig» (D. 12). Det torde tillåtas mig fråga, om Hr D. var af samma åsigt, då han nedskref följande (II. 42):

Herr B. åtager sig att räkna ut alla mina exempel förmedelst metoden för indeterminerade koefficienter; detta åtagande, så snart fyllnadstermerna blifvit af mig angifna¹⁾, innebär ingenting annat än att göra om hvad jag redan gjort, men efter en sämre metod¹⁾.

Äfven nu upprepar Hr D. detta påstående, ehuru jag alldeles icke begagnat mig af hans fyllnadstermer: »Hr B:s förfaringssätt innebär således i sak ingenting annat än att 'göra om hvad jag redan gjort men efter en sämre metod'». (D. 12). Icke desto mindre är verkligen förra hälften af detta påstående sann. Ty det som både Hr D. och jag här gjort, är ingenting annat än hvad andre gjort långt förut. Att differensen $F - \Sigma$ (D. 9) är en synektisk funktion, inhemtas af residu-kalkylen; att alla synektiska funktioner kunna utvecklas i dignitets-serie, är just innehållet af Cauchy's teorem. Men det är någonting helt annat att uträkna några exempel efter en, sedan många år tillbaka känd, teori än att framställa »en supplement-serie till den Maclaurinska», att »lösa en förut olöst fråga» och »att öppna ett nytt fält af särdeles stor utsträckning för den matematiska forskningen» (1871: 70).

«... efter en sämre metod», heter det (D. 12), »d. v. s. i det afseendet sämre, att, då formeln (53) anger lagen för koefficienternas bildning, innehåller Hr B:s 'obestämda koefficientmetod' derom ingenting». Detta är icke sannt. Den »obestämda-koefficient-metoden» gifver, som bekant, just de Maclaurinska serie-koefficienterna, och Maclaurins formel, hvilken jag äfvenledes citerat (II. 86), »anger lagen för koefficienternas bildning» så bra, man gerna kan önska, samt vida enklare än Hr D:s formel (53).

Hr D. väljer härefter en liknelse för att förtydliga sitt påstående: »Den, som först använde potenstecknet (här motsvarande punktintegraltecknet) i stället för radikaltecknet (här motsvarande residutecknet) och derigenom lyckades på ett enkelt och naturligt sätt uppvisa lagarne för exponenter oeh logaritmer, lär icke med skäl kunna klandras af den, som gör om samma sak med begagnande af radikaltecknet, synnerligen om den förre

¹⁾ Kurs. af und.

uttryckligen tillkännagifvit, att dessa två tecken representera identiskt samma värden. Men derigenom att den förre skaffat sig ett *vigare* verktyg för sina operationer, har han blifvit satt i tillfälle att sträcka sina undersökningar vida längre än den senare med sitt *ovigare* tecken haft anledning att göra. (D. 12, 13). Den sednare punkten redogör rätt bra för orimligheten af det antagande, som är gjordt i den förra. Det är helt enkelt *omöjligt* att med radikaltecknet »göra om» det som kan göras med potenstecknet. Just deri ligger detta sednares företräde. Hr D. tyckes förmena, att metoden med punktintegraltecknet skall erbjuda ett dylikt: »Om Hr B. t. ex. skulle försöka att med residutecknet göra om alla de operationer, som innehållas i de af mig utförda produktutvecklingarne (1871: 121—138) och som med punktintegraltecknet på ett så ytterst enkelt och naturligt sätt låta utföra sig, så skulle Hr B. säkerligen finna, att de fördelar detta tecken erbjuder framför residutecknet motsvara i stort hvad potenstecknet erbjuder framför radikalen» (D. 13). Detta är icke heller sannt. Ifrågavarande produktutvecklingar erhållas helt enkelt genom integration från x_0 till x af motsvarande serie-utvecklingar, och är det alltså *fullkomligt likgiltigt*, om man ursprungligen beräknat fyllnadstermerna såsom résidu'er eller såsom punktintegraler.

Kortare kan jag lyckligtvis fatta mig i afseende på öfriga framdragna ställen ur Hr D:s skrifter. Framför allt känner jag mig uppfordrad att beriktiga Hr D:s påstående (D. 7), att jag »gifvit hans 'Lösning af geometriska likheter af högre grad' rang bland 'andra' öfversättningar». På det anförda stället (I. 66, 67) har jag talat om Hr D:s framställning af Cauchy's *Indice-kalkyl*, alldeles icke om hans *öfriga*, i Tidskriften anförda, satser ur eqvationsteorien.

»Med afseende på den å sidan II: 92 anförda integralformeln ... ur Schlömilchs Compendium», heter det (D. 14), »är ej stort mer att säga än att den är ett nonsens». Redan detta är tvifvelsutän *ganska mycket* sagdt, helst som ifrågavarande formel är fullkomligt identisk med Hr D:s egen. Schlömilch har nemligen (l. c. sid. 67) tydligt tillkännagifvit, hvad han på detta ställe menat med det indefinita integral-tecknet.

Mina anmärkningar å sid. II. 92—94 hafva af Hr D. blifvit bedömda med samma uttryck som min solution af »det Bertrandska exemplet»: de äro »*öfverflödiga*». »Man kan tala om ... ny metod, betraktad som ett *nytt moment* etc.» (D. 14). Naturligtvis kan man det, men huru mycket man än må tala, blir dock aldrig

den metod *ny*, som jemte tillhörande resultat blifvit för sju år sedan framställd i Schlömilchs Compendium.

Så mycket heldre medgifver jag nyheten af den metod, Hr D. använt i fråga om mina profföreläsningar, nemligen att evaluera dem i — *tid*. De utgöra »2 gånger 45 minuter» (D. 16). Ett sällsamt intryck gör det, att Hr D. näst förut talar om *mina* »bemödanden att nedsätta» (D. 15) hans afhandling »En grupp formler etc». Om ett bemödande att taga reda på en afhandlings *verkliga* innehåll är liktydigt med ett bemödande »att nedsätta» densamma, då har Hr D. rätt.

Återstår nu blott frågan om de båda literaturförteckningar, jag anført. Den ena (II. 96), hvilken Hr D. hedrar med epitetet »rätt sällsam» (D. 5), har det oaktadt åtminstone den förtjensten att vederlägga Hr D:s förra påstående, att »efter Cauchy» ingen (utom Hrr Höüel och Dillner) behandlat de geometriska eller komplexa kvantiteterna »åtminstone med anslutning till Cauchys uppfattningssätt¹⁾» (II. 39). Det heter nu, att Hr D. här talat om den geometriska, ej om den imaginära kalkylen, samt att (se noten sid. 4) *icke ens Cauchy sjelf* kan, noga taget, räknas till den ifrågasvarande skolan. I enlighet med min vana lemna jag då åt andra att afgöra, huruvida det är mitt eller Hr D:s uppträdande i denna fråga, som förtjenar att kallas »sällsamt».

Hvad är då skillnaden mellan den geometriska och den imaginära kalkylen? »Den sednare» heter det (D. 5), »har med geometrien icke något mer att skaffa än att den i henne söker tolkning för den imaginära expressionen $a \pm b \sqrt{-1}$ ». Och detta *lilla* »något» har den *stora* följden, att vår tids imaginära kalkyl är en verklig analytisk geometri in plano.

En *ny kalkyl* är icke skapad genom ett nytt ord, ja icke ens genom uttalandet af en princip, den der ju möjligen vid öfvergången »from sounds to things» visar sig vara blott en *ny formulering af en gammal*. Till dess genom den geometriska kalkylen ett nytt resultat blifvit vunnet, och dertill ett sådant som icke lika lätt vinnes genom den imaginära, *till dess* innebär den förra »i sak ingenting annat än att *göra om*», hvad den sednare »redan gjort», — om efter en »bättre» eller »sämre» metod vågar jag så mycket mindre afgöra, som det ännu icke visat sig, att den nya metoden skiljer sig i något väsentligt afseende från den gamla.

¹⁾ Kurs. af und.

”Såsom någonting rätt anmärkningsvärdt förtjenar anföras, att då Hr B. förebrår Prof. Möller, att han icke skiljt mellan den geometriska kalkylen och den af mig behandlade integralteorien (I. 67 & II. 23., så upptager Hr B. etc.“ (D. 5). Jag nödgas svara, att ännu anmärkningsvärdare är Hr D:s sätt att läsa hvad jag skrivit. På de anförda ställena har jag ju alldeles icke talat om tvenne olika teorier, utan om två särskilda *afhandlingar* af Hr D. med olika titlar.

”Hvad den i II. 89 anförda literaturförteckning beträffar, så visar Hr B. med den ingenting annat, än att han lemnat ur sigte den sak, hvarom på detta ställe egentligen är fråga. . . . Då jag bland *alternativer*, som kunde tjena som *möjliga* föremål för Hr B:s varning, ansåg mig böra ställa blott *en* författare näml. Houël och det af skäl, ’att ingen under de senare åren (1868—1872) jämte mig skrivit i detta ämne’ (I. 43) ¹⁾, så har nu Hr B. utvidgat kretsen af dessa alternativer med åtskilliga författare från *femtioalet*“ (D. 6, 7).

Sådant kan i sanning synas högst förvånande. Men läsarens förvåning skall tvifvelsutan ännu mera ökas, då jag härmed får upplysa, att de af Hr D. *inom citationstecken* anförda årtalen (1868—1872), på hvilka hela vigten här ligger, *alldeles icke förefinnas i originaltexten* (jmf. II. 43).

Hr D. avslutar sitt svar med att uppdraga en bestämd åtskilnad mellan mig och »en framstående vetenskapsman, hvilken *tänkt* i ämnet» (D. 16). I enlighet med Hr D:s åsigt om olämpligheten af »omdömen af part mot part» skall jag ingalunda tillåta mig något dylikt tillbaka. Tvärtom önskar jag fortfarande få betrakta Hr Dillner som en för sanningen intresserad tänkare, samt vågar på grund deraf anhålla, det han, i händelse denna diskussion skulle komma att fortsättas, *då* måtte *underlåta*

- 1:o att tillägga mig yttranden, dem jag ej fällt;
- 2:o att vid anförande af citat, »korrigera» originaltexten; samt
- 3:o att, då jag solverat hans till afgörande prof framsatta problem, förklara solutionen för »*öfverflödig*».

Halmstad, December 1872.

C. F. E. Björling.

¹⁾ Tryckfel; skall vara (II. 43).

www.books2ebooks.eu