CELSIUS, ANDERS

Arithmetica eller Räkne-konst, grundeligen demonstrerad af Anders Celsius. Upsala, tryckt år 1727. [Akademiska tryckeriet.].

1727

EOD - Millions of books just a mouseclick away! In more than 12 European countries!

Thank you for choosing EOD!
European libraries are hosting millions of books from the 15th to the 20th century. All these books have now become available as eBooks – just a mouse click away. Search the online catalogue of a library from the eBooks on Demand (EOD) network and order the book as an eBook from all over the world – 24 hours a day, 7 days a week. The book will be digitised and made accessible to you as an eBook.

Enjoy your EOD eBook!

■ Get the look and feel of the original book!
■ Use your standard software to read the eBook on-screen, zoom in to the image or just simply navigate through the book
■ *Search & Find:** Use the full-text search of individual terms
■ *Copy & Paste Text and Images:** Copy images and parts of the text to other applications (e.g. word processor)
*Not available in every eBook.

Terms and Conditions

With the usage of the EOD service, you accept the Terms and Conditions provided by the library owning the book.
■ Terms and Conditions: https://books2ebooks.eu/csp/en/nls/en/agb.html

More eBooks

Already 40 libraries in over 12 European countries offer this service.
Search books available for this service: https://search.books2ebooks.eu
More information is available at https://books2ebooks.eu

Jonas Berggren
Stockh. Nov. 1782

CELSIUS, ANDERS

D.

ARITHMETICA

Eller

Räkne-Konst/

Grundeligen demonstrerad

Af

ANDERS CELSIUS.

Casten: otto: Rönnow

UPSALA/

Tryckt År 1727.

Kongl. Maj:ts
Och
Sweriges Rikes
Högtbetrodde Man/ Råd/
PRÆSIDENT uti Kongl. Maj:ts
och Riksens Cancellie, samt
Lag=Commissionen,
Så ock
Kongl. Academiens i Upsala
CANCELLER,
Den Högwälborne Herre/
Herr GUSTAF
CRONHIELM,
Grefwe til Flostad/ Friherre til Segloraberg/ Herre til Hyltenäs/ Torsjö
Styresta och Crantsbro/
Min Nådige Herre
Och
Mäcktige Befordrare.

Högwälborne
Herr Grefwe/
Nådige Herre/

SÅsom hela Riket/ och i synnerhet den Kongl. Academien i Upsala, skönjer dageligen den höga omwårdnad Eders Hög-Grefl. Excell:ce drager för alla nyttiga wetenskapers

pers upkomst och förkofring/ samt den stora nåde Eders Hög-Grefl. Excell:ce wisar alla dem/ som sig om en grundelig kunskap beflita; så hoppas jag/ samt underdån-ödmjukast beder/ at Eders Hög-Grefl. Excell:ce intet onådigt uptager/ det til Eders Hög-Grefl. Excell:ce jag mig understår detta ringa arbete/ som jag til unga Studerandes tienst sammanskrifwit/ dedicera, och uti Eders Hög-Grefl. Excell:ces höga ynnest med diupaste wördnad mig recommendera, förblifwande oaflåteligen

Ed. Hög-Grefl. Excellences

Underdån-ödmiukaste Tienare
ANDERS CELSIUS.

Företal.

Ingen lärer neka/ det ju en Studerande bör i de saker/ hwar med han med tiden tänker tiena sitt Fädernesland/ beflita sig om en grundelig wetenskap; så at han förwärfwar sig en färdighet i förståndet/ at kunna alt/ hwad han föregifwer och statuerar, utaf en oemotsäjelig och o-omstötelig grund stadfästa och bewisa. Til hwilket ändamål en rätt Logica eller Förnufts-Lära föreskrifwer wäl reglor och maximes; men oansedt man dem har sig bekanta/ så följer dock intet deraf/ at man strax äger en habitus eller färdighet/ at skilja det wißa från det owißa/ det tydeliga från det otydeliga: at man är skarpsinnig at fälla sitt omdöme: har tålamod at saken noga och diupsinnigt öfwerwäga: är slug at upfinna fördolda sanningar/ och så widare. Bör altså denna färdigheten förskaffas af en stadig öfning och practicerande af de reglor/ som Förnufts-Läran gifwer wid handen; så at man länge

wän-

wänjer sig wid klara och tydeliga begrep eller definitioner: wäl betraktar grundeligen demonstrerade sanningar / och utforskar orsaken / hwarföre man af dem blifwer öfwertygad: noga undersöker / huru man kan af de bekanta sanningar med oemotsäjeliga påfölgder deducera det som ännu är obekant / och så widare.

Och såsom i synnerhet Mathematiquen är uti en så grundelig ordning förestält / så är klart / at man igenom des flitiga studerande kan bemälte färdighet ernå. Wore altså ganska nyttigt / om man redan i de unga åren begynte at lära de Mathematiska wetenskaperna / så at de Studerande blefwe från barndomen öfwade at utwidga sina förstånds krafter: at ställa sina tankar efter en förnuftig ordning: at intet antaga något utan grund och raison, samt finna en smak och nöje i demonstrationer. Hwarutaf jämwäl den nyttan skulle följa / at den starka inclination skulle alt mer och mer dämpas / som de Unga gemenligen hafwa til sådana saker / som allenast röra och beweka deras utwärtes sinnen / och således intet skulle fly eftertänkande som en pest; så at de härigenom skulle blifwa sedigare och dygdigare.

När nu således Mathesis hade lika såsom borttagit det medfödda täckelset för wåra förstånds ögon / så kunde man sedan wara beqwämligare at med uptäkta ögon se sanningen klarare uti de saker / som ännu äro af owißheten förmörkade; så at man då skulle med nöje förspörja / huru de andra wetenskaperna skulle bringas til all möjelig wißhet: at intet så många stridigheter ibland de Lärda skulle upkomma: intet så många ogrundade inkast giöras emot sanningen: intet höras så många beropa sig allenast på auctoritet, utan at tänka sielfwa efter / om det är sant eller osant / hwad en annan sagt eller skrifwit: flera nyttiga sanningar skulla upfinnas / med mera.

Denna Mathematiquens nytta hafwa långt för detta de gamla Gräkiska Philosopher funnit / emedan de intet efterlåto någon okunnig i Geometrien eller Mathesi gå in uti deras Academier. Hwarföre den diupsinnige Gräken Evclides har sammanskrifwit Elementa Geometriæ uti en så förnuftig ordning / at man med skiäl kan säga / at den som uti hans demonstrerande finner nöje / han må säkert tro sig uti förståndets upöfwande wara wida avancerad, och twärt om.

Til

Til detta ändamål har jag på wårt modersmål / til beqwämligare bruk för Unga Studerande, uti en grundelig ordning budit til at demonstrera en kort inledning til Räkne-Konsten / som eljest plägar genom o-demonstrerade reglor läras; hwarefter jag tänker / om GUD wil / låta jämwäl de andra delarne af de Mathematiska wetenskaperna komma i dagsliuset / hälst om jag finner detta mitt ringa arbete wara för det allmänna nyttigt.

UPSALA, den 14 Octobr. 1727.

DE-

DEFINITIO.

§. 1. Ett ting/ så wida det betraktas/ som ett och ensamt (*unum*)/ kallas en enhet (*unitas*)/ såsom en bok/ ett blad/ en daler/ ett öre/ &c.

SCHOLION.

§. 2. Ett begrep om en sak/ som är så tydligt/ at man der med kan skilja den ifrån alla andra ting/ kallas *Definitio* eller Förklaring. Men denna påminnelsen och andra dylika/ som tiena til/ at antingen widare förklara något/ eller at wisa en saks nytta; eller ock hwem der om fullkomligare skrifwit/ &c. kallas *Scholion* eller Anmärkning.

§. 3. *Def.* När ett ting kan sättas i det andras ställe/ och alt blifwer som tilförende/ utan at lida någon förändring/ kallas de tingen enahanda eller de samma (*eadem*); men kan man intet det giöra/ så kallas de åtskilliga (*diversa*).

§. 4. *Def.* Om flera ting tilsammans tagna/ äro det samma eller enahanda med ett ting/ så kallas det ett helt (*totum*); men de flera tingen/ des delar (*partes*).

§. 5. *Def.* Ett ting säges innehålla (*continere*) det andra / när det anses der emot som ett helt; men innehållas (*contineri*) i det andra / om det är des del.

§. 6. *Def.* Ett ting / så wida det kan innehålla många eller flera enheter eller unitates, kallar man antingen en myckenhet (*multitudo*) eller en storlek (*magnitudo*), eller med ett ord / en quantitet (*quantitas*).

§. 7. *Schol.* En bok / kan kallas en quantitet, i anseende til de många bladen hon innehåller / af hwilka hwart och ett kan tagas för en unitas och är en del af samma bok. En daler / i anseende til sina delar / ören eller penningar. En långd / så wida den innehåller många mil / famnar eller alnar / &c.

HYPOTHESIS.

§. 8. Man brukar at betekna quantiteter med de mindre bokstäfwerne i alphabetet, a, b, c, &c. eller ock med de större A, B, C, &c.

§. 9. *Schol.* En sats / som tages efter behag och kunde wara annorledes / kallar man här *Hypothesis* eller en Wilkorlig sats.

§. 10. *Def.* Om twänne ting äro enahanda til quantiteten, så kallas de jämlika (*aequalia*); men äro de til quantiteten åtskilliga / så kallas de ojämlika (*inaequalia*) / af hwilka

hwilka det kallas större (*majus*), om en des del år jåmlik med det andras hela; men mindre (*minus*), om det år jåmlikt med det andras del.

COROLLARIUM.

§ 11. Kan altså det ena jåmlika, såttas i det andra jåmlikas ställe, utan at lida någon förändring til sin quantitet. (§. 3.)

§. 12. *Schol.* När utaf en definition eller sats, något så följer, at man allenast derutaf kan sluta det samma; eller ock når man wil låmpa det föregående, som år i gemen sagt, til en besynnerlig casus, så kallas det *Corollarium*, *Consectarium*, en Tilsats eller Påföljd.

§. 13. *Hypoth.* Jåmlikheten bemårkes med ett sådant tekn =.

§. 14. *Hypoth.* Större beteknas med >, och mindre med <.

§. 15. *Def.* Twånne quantiteter sågas wara af samma slag (*homogeneæ*), om den ena några gånger tagen kan blifwa större ån den andra; men af åtskilligt slag (*heterogeneæ*), om den ena några gånger tagen intet kan blifwa större ån den andra.

§. 16. *Def.* Om man jåmförer twånne quantiteter af samma slag med hwar andra, så kallas sättet, huru många gånger den ena innehåller den andra / eller innehålles uti den andra / deras *ratio* eller förehållande.

§. 17. *Hypoth.* Ration beteknas på det sättet / at man sätter detta teknet : emellan de quantiteter som jämföras / och utnämnes genom til. Om den ena quantiteten kallas a och den andra b / så skrifwes deras ratio, a : b.

§. 18. *Def.* Uti ett förehållande a : b, kallas a, som jämföres med den andra *antecedens* eller den föregående; men b, til hwilken den andra blir jämförd / *consequens*, eller den följande.

§. 19. *Def.* Man säges måta eller determinera en quantitet, när man tager en wiß del af samma slags quantitet för unitas, och utmärker des ratio til hela quantiteten.

§. 20. *Schol.* Bokens quantitet determineras, når man säger huru många blad hon innehåller / eller ett blads förehållande eller ratio til alla bladen tilsammans tagna. En hop med penningar determineras, når man säger huru många daler eller ören han innehåller. En långd måtes / når man utmärker huru många mil eller famnar den innehåller. &c.

§. 21. *Def.* En sådan determinerad quantitet kallar man ett tal (*numerus*).

§. 22. *Coroll.* Är altså ett tal en myckenhet af enheter. (§. 6.)

§. 23.

§. 23. *Schol.* Efter talen kunna wara oändeligen många / alt som den determinerade myckenheten af enheterna är större eller mindre til / så skulle man i anseende der til behöfwa oändeligen många ord til deras utnämnande; men som det wore ett odrägeliget arbete at updickta och ändå mera at minnas / så många och särskilta namn / så är nödigt / at man kan med få ord / utnämna alla tal / som någonsin kunna uptänkas / hwilket skier på följande sätt.

§. 24. *Hypoth.* Sedan man gifwit nya namn på några af de minsta talen / så at man nämt ett och ett tilhopa / med ett nytt ord / tu / tu och ett / eller ett och ett och ett / kallat tre / och så widare / til des man fådt fyra / fem / sex / siu / åtta / nijo / tijo; så kan man med deße tijo orden exprimera alla tal / på det sättet / at man åter begynner främst igen / allenast man lägger der til huru många gånger man räknat tijor (*decades*) / och således näst tijo säges ett och tijo eller ellofwa (*undecim*) / tu och tijo eller tolf (*duodecim*) / sedan tretton / fiorton / femton / sexton / siutton / aderton / nitton / tu gånger tijo eller tiugu / tiugu och ett / tiugu och tu / &c. tre gånger tijo eller trettijo / trettijo och ett / &c. til des man kommer til tijo gånger tijo / hwilket man för desto större tydlighet kallat hundrade; lika så säger man intet tijo gånger hundrade / eller tijo gånger tijo gånger tijo / utan ett tusend: ett tusend gånger tusend kallar man en *million*; tusend gånger tusend millioner, en *billion* (*bimillio*); tusend gånger tusend billioner, en *trillion* (*trimillio*), &c.

§. 25. *Schol.* Detta sättet at räkna tijotals/ finnes nästan hos alt folk wara i bruk/ oansedt det hade stådt dem fritt at räkna annorledes; ty de hade kunnat räkna mindre enheter tilsammans än tijo/ och allenast gifwit nytt namn på ett och ett/ nemligen tu/ och sedan sagt ett och tu/ tu gånger tu/ tu gånger tu och ett/ eller tu tu ett/ tu tu tu/ och så widare. De hade ock kunnat räkna med ett/ tu/ tre och fyra/ och sedan sagt ett och fyra/ tu och fyra/ tre och fyra/ tu gånger fyra/ tu gånger fyra och ett/ eller tu fyra ett/ och så widare. Ja de hade kunnat räkna flera enheter tilsammans än tijo/ och gifwit nya namn/ som i wårt språk tyckes wara giordt/ på ett och tijo/ nämligen ellofwa/ tu och tijo/ kallat tolf/ och sedan sagt ett och tolf/ tu och tolf/ tre och tolf/ &c. tu gånger tolf/ tu gånger tolf och ett/ eller tu tolf ett/ tu tolf tu/ och så widare.

§. 26. *Hypoth.* De första nijo talen har man bemärckt med wißa tekn eller characterer, som man kallar Zifror; nämligen ett beteknas med 1/ tu med 2/ och så widare/ 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. Men at beteckna tijo/ hundrade/ tusende/ &c. betienar man sig af sämma zifror och låter dem bekomma sitt wärde alt efter/ som de stå til i sina wißa rum eller columner ifrån höger til wänster; så at zifrorna i första rummet åt högra handen behålla sitt rätta wärde/ nämligen 1 betyder ett/ och 2

bety-

betyder tu/ &c. men i andra rummet tijo gånger mera/ näml. 1 betyder tijo / 2/ tiugu/ &c. i tredie rummet ännu tijo gånger mera ; så at 1 betyder ett hundrade / 2 / tu hundrade/ &c. i fiärde rummet / betyder 1 ett tusend / 2 / tu tusend / och så widare til siunde rummet / därest 1 bemärker en million, 2/ tu millioner, &c. i trettonde rummet bemärker 1 en billion, i nittonde en trillion, och så widare / betyda zifrorna så många gånger mera tijo som de stå i ordning från höger til wänster. De rummen/ som intet äga något wißt tal/ fyller man upp med ett sådant tekn 0/ som kallas noll (*nulla*, *zero*, *ciphra*).

§. 27. *Schol.* Til exempel, om tu tusend och fyra skulle beteknas med zifror/ så/ efter fyra betyder enkelt fyra / sätter man 4 i första rummet; men efter tu betyder tusend/ så kommer 2 at stå i fiärde rummet / så at det andra och tredie rummet äro toma/ hwilka fyllas upp med twänne noll, 00/ och skrifwes således 2004.

§. 28. *Schol.* Deße characterer äro förde in uti Europa af Saracenerne; men de förmenas dem hafwa bekommit ur Indien. Eljest hafwa merendels de andra Nationerna brukat sina bokstäfwer för zifror.

PROBLEMA.

§. 29. At utnämna ett tal/ som är med zifror upskrifwit.

Resolutio.

1. Man begynner från höger til wänster och skiljer zifrorna i classer med ett litet strek eller comma, tillägnande hwar och en class 3 zifror, som stå i sina 3 columner.

2. Öfwer tredie classens första zifra åt höger sättes en liten twärstrek, öfwer femte classens första zifra sättes twänne sådane strek, siunde classens första zifra, 3 strek, och så widare öfwer hwar annan class.

3. De zifror, som hafwa allenast ett comma om sig på högra handen nämnas utgenom tusende; men har den ändå en twärstrek öfwer sig, så kallas den en million, har hon twänne strekar, heter hon en billion, tre twärstrekar, en trillion, och så widare. Men eljest nämnes altid i hwar class den första zifran til höger med enheter, den andra med tijo, och den tredie med hundrade. Så är det giordt, som begärtes.

Demonstration

Är klar af §. 24 och §. 26.

§. 30. *Schol.* Til exempel, om man wil utnämna följande tal:

$$\overset{\prime\prime\prime}{620}, 448, \overset{\prime\prime}{401}, 733, \overset{\prime}{279}, 381, 360, 000,$$

så

så säger man/ Sexhundrade tiugu tusend/ fyrahundrade fyratijo åtta trillioner, fyrahundrade ett tusend siuhundrade trettijo tre billioner, tuhundrade siuttio nijo tusende/ trehundrade ottatijo en million, trehundrade och sextijo tusend.

§. 31. *Schol.* En sats/ som föreställer något at giöra/ kallas *Problema* eller Upgift/ och består af trenne delar. 1. *Proposition* eller Föreställningen/ som gifwer tilkiänna hwad som bör giöras. 2. *Resolution* eller Uplösningen/ som ordentligen upräknar de medel/ hwar igenom det kan wärckställas/ som uti proposition begärtes. 3. *Demonstration* eller Bewiset/ som bewisar at man igenom Resolution kan erhålla det/ som skulle giöras. Understundom/ när det så faller lågligit/ sättes Demonstration tilsammans med Resolution.

AXIOMA.

§. 32. Enahanda och samma quantitet är jämlik med sig sielf. $a = a$. $3 = 3$.

§. 33. *Schol.* En sats som bejakar eller nekar/ at något är eller intet är/ och kan antagas utan bewis/ kallas *Axioma* eller Grundsats. Eljest kallas den också ett Corollarium, som flyter omedelbart af en Definition.

THEOREMA.

§. 34. Det hela är jämlikt med alla sina delar tilsammans tagne.

DEMONSTRATIO.

Efter det samma är jämlikt med sig sielft (§. 32.), så måste det/ som är det samma med flera ting tilhopa tagne / wara också jäm likt med de samma tingen. Nu är det hela detsamma med alla sina delar (§. 4.) / hwarföre är det jämlikt med alla sina delar tilsammans tagne. Hwilket skulle bewisas. (*Quod erat demonstrandum*).

§. 35. *Schol.* En sats / som bejakar / eller nekar at något är eller intet är / och härflyter af några Definitioner eller satser / kallas *Theorema* eller Lårsats. Bestående af twänne delar / Proposition och Demonstration. Proposition består ock af twänne delar. 1. *Hypothesis* eller Betingandet / som wisar under hwad för omständigheter man något bekräftar eller nekar. 2. *Thesis*, eller sielfwa satsen / som säger hwad som bejakas eller förnekas. Demonstration anförer raisoner och skiäl / hwarföre förstånd det kan begripa det / som thesis bekräftar eller nekar / slutande alt af oryggelige principier i kraft af syllogismis, hwilkas præmissæ gemenligen utslutas / men kunna antingen efter litet omtänkande / eller af paragraphernas citerande strax föras til minnet. Men grunden der til at demonstration kan öfwertyga en om sakens sanning / härflyter derutaf / at det intet kan på en gång så wara / som det är bewist / och intet så wara; hwilken sats kallas *principium contradictionis*.

§. 36. *Theor.* Det hela h är större än hwar och en af sina delar d. $h > d$.

Demonstr. Efter $d = d$ (§. 32.) så är $h > d$ (§. 10.) H. S. B.

§. 37. *Def.* När man sammansätter quantiteter på det sättet / at man upsöker en quan-

quantitet som är jämlik med twänne eller flera andra bekanta eller gifna quantiteter af samma slag tilsammans tagna/ kallas det addera (*addere*). Den upsökta quantiteten kallas *summa* eller *aggregatum*; men de bekanta som skola adderas kallas *summanda*.

§. 38. *Hypoth.* Additions teknet är +, som utnämnes genom adderat med, eller mer (*plus*); så at summan af a och b skrifwes a + b.

§. 39. *Probl.* At *addera* tal eller *determinerade quantiteter.*

Resol. 1. De talen/ som skola adderas (*summandi*) skrifwas under hwarandra/ så at de enkla talen (numeri simplices) eller unitates, komma at stå under de enkla/ tijor (*decades*) under tijor/ hundrade talen (*centenarii*) under hundrade talen/ &c. och stryker så under dem en strek eller linea, at intet summan må confunderas med summandis.

2. Man begynner från höger til wänster och adderar särskilt de gifna talens alla delar/ näml. enheter/ tijor &c. så at man under de enkla talen sätter deras summa, under tijorna/ tijornas summa, &c.

3. Men om någon columns summa, skulle deßutan bestå af tal/ som höra til de näst=

föl=

följande columner åt wänster/ så behållas de i minnet och adderas i hop med de columners summor, som betyda samma slag/ näml. tijor med tijor/ hundradetal med hundradetal &c. S. å. d. g. s. b.

Demonstr. I anledning af resolution, så äro det fundna talets enheter/ tijor &c. eller alla des delar och således hela talet (§. 34.) jämlikt med de gifna talens enheter/ tijor/ &c. eller alla deras delar/ och således de hela gifna talen (§. 34.)/ och för den orsaken de gifna talens summa (§. 37.) H. s. b.

§. 40. *Schol.* Til exempel, om man wille addera 1234 och 8765/ så ställer man 5 unitates under 4 unitates, 6 decades eller tijor under 3 tijor/ 7 hundrade under 2 hundrade/ och 8 tusend under 1 tusend; och stryker så under dem en linea. Sedan begynner man at addera från höger på enheternas column, och säger 5 + 4 = 9/ som skrifwes under linean i sitt rätta rum. Sedan går man til tijornas column och säger 6 tijo + 3 tijo = 9 tijo/ som skrifwes under sin column. Widare säger man 7 hundrade + 2 hundrade = 9 hundrade/ hwilket sättes under linean i sitt egit rum. Sist säger man 8 tusend + 1 tusend = 9 tusend/

$$\begin{array}{r} 1234 \\ 8765 \\ \hline 9999 \end{array}$$

send/ som jämwäl skrifwes i sitt rum; så at (4 + 30 + 200 + 1000) = 1234 + (5 + 60 + 700 + 8000) = 8765 = (9 + 90 + 900 + 9000) = 9999.

§. 41. *Schol.* Skulle man willa addera 1834/ 5978 och 2723/ så ställer man/ som förr/ dem under hwar andra och säger: 4 + 8 = 12/ 12 + 3 = 15/ hwarföre efter 15 består af ett tal/ näml. 1 tija/ som hörer til nämsta columnen åt wänster/ så sätter man de 5 enheterna under columnen, och den ena tijan adderar man til tijornas column och säger 1 tija + 3 tijo = 4 tijo/ 4 tijo + 7 tijo = 11 tijo/ 11 tijo + 2 tijo = 13 tijo/ eller 1 hundrade och 3 tijo/ hwarföre skrifwes 3 tijo i sitt rum och 1 hundrade adderas til hundrade talen. Widare säger man 1 hundrade + 8 hundrade = 9 hundrade/ 9 hundrade + 9 hundrade = 18 hundrade/ 18 hundrade + 7 hundrade = 25 hundr. eller 2 tusend och 5 hundrade/ hwarföre skrifwes 5 hundrade under sin column, och 2 tusend adderas til tusendetalen. Sist 2 tusend + 1 tusend = 3 tusend/ 3 tusend + 5 tusend = 8 tusend/ 8 tusend + 2 tusend = 10 tusend eller 1 tijo tusend/ hwilket sättes i sin column ett rum längre fram/ och 0 sättes

$$\begin{array}{r} 1834 \\ 5978 \\ 2723 \\ \hline 10535 \end{array}$$

tes

tes under i tusende talens column at upfyll rummet / efter i denna summan intet är något tusendetal ; så at 1834 + 5978 + 272 = 10535.

§. 42. *Schol.* Man kunde wäl ock addera från wänster til höger / och begynna på tusendetalens column och säga 1 + 5 + 2 = 8 / som är rätt 8 tusend / men man kan handtera så wäl deße som de andra columners zifror som de woro unitates, efter summorna komm ändå at stå i sina rätta rum / som ställes här i fierde rummet / där de betyder 8 tusend. Sedan 8 + 9 + 7 = 24 eller 2 tusend och 4 hundrade / som sättas i sina rätta rum. Widare 3 + 7 + 2 = 12 eller 1 hundrade och 2 tijo / hwarföre 1 skrifwes under andra columnen och 1 under den 3die. Sist 4 + 8 + 3 = 15 eller 1 tijo och 5 / hwarföre skrifwes 1 under andra columnen och 5 under den första. När detta är beställt / så adderar man åter / 8 + 2 = 10 och skrifwer 0 under fierde columnen och 1 i den femte. 4 + 1 = 5. 2 + 1 = 3 / och sist 5 / så blifwer summan på detta sättet äfwen som tilförende.

$$\begin{array}{r} 1834 \\ 5978 \\ 2723 \\ \hline 8425 \\ 211 \\ \hline 10535 \end{array}$$

§. 43. *Schol.* Efter man snart / besynnerligen i stora tal / kan mißräkna sig / så är nö

digt

digt at pröfwa om man räknat rätt eller intet/ som skier aldrabäst på det sättet/ så wäl i denne/ som de följande operationer, at man räknar om/en eller flera gånger/ och ser til om man alla gångerna får samma tal. Och är det ändå säkrare/ om man andra gången räknar om på ett annat sätt/ så at i stället man första gången begynte at addera ofwan ifrån utföre på columnen, så kan man addera andra gången nedan ifrån upföre/ såsom i nästföregående exempel säger man 3 + 8 = 11. 11 + 4 = 15. sedan 1 + 2 = 3. 3 + 7 = 10. 10 + 3 = 13. Widare 1 + 7 = 8. 8 + 9 = 17. 17 + 8 = 25. Sist 2 + 2 = 4. 4 + 5 = 9. 9 + 1 = 10.

§. 44. *Schol.* När talen som skola adderas äro många/ så är ock rådligit til at pröfwa summans riktighet på det sättet/ at man skiljer åt de gifna talen i några stycken/ alt som de äro många til/ och adderar sedan hwart stycke för sig/ och lägger i hop alla desse styckens summor til en summa, som måtte wara jämlik med den förra summan, om det är rätt räknat/ såsom til exempel:

```
1234                    1234    3456
5678                    5678    7890
9012                    9012    1234
----      15924         -----   -----
3456                    15924   12580
7890
1234
----      12580                 5678
5678                            9012
9012      14690                 -----
--------------                  14690
43194 = 43194
```

§. 45. *Schol.* De enkla talens eller enhe ternas summor, til ex. at $4+5=9$/ måtte man så länge söka igen på fingrarna/ til des man lärer sig dem wäl utan til. Eljest kan man ock giöra sig en Additions-tafla på det sättet, at man skrifwer uti en rad ända fram från wän ster til höger 0. 1. 2. 3. 4 5. 6. 7. 8. 9. likale des skrifwer man uti en column ända utföre främst wid wänster/ och sedan om man continu erar alla raderna ända fram åt/ i det man altid lägger 1 til det föregående talet/ så är taflan fär dig / allenast man stryker strekar emellan raderna och columnerna; och brukas således/ at man tager den ena af de gifna talen/ som skola adde ras, uti öfwersta raden och det andra i den främ sta columnen åt wänster/ så finner man sum man uti ett rum/som bör swara mitt emot/ så wä det talet/som togs i öfwersta raden/som det/ hwil ket togs i främsta columnen åt wänstra han den. Til exempel, mitt emot 4 i den ena och 5 i den andra står 9; ty om man ifrån 4 går ra den ända fram 5 rum/ tilläggande 1 för hwart rum/ så måtte man få 9; eller om man ifrån 4 går utföre columnen 5 rum/ måtte man jämwäl finna 9. Eller ock om man ifrån 5 räknar 4 rum antingen ända fram eller utföre/ måste sum man wara 9.

Ad-

Additions-Tafla.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

§. 46. *Def.* När man uplöser eller åtskiljer quantiteter på det sättet/ at man söker en quantitet utaf twänne andra gifna af samma slag/ som adderad til den ena af de bekanta är jämlik med den andra/ så kallas det subtrahera (*subtrahere*). Den quantiteten, som sökes/ kallas rest eller åtskilnad (*residuum, differentia*).

§. 47. *Coroll.* Adderar man altså resten til den quantiteten, som skal subtraheras ifrån den andra (subtrahendus), så måste summan wara jämlik med den andra quantiteten, ifrån hwilken man skal subtrahera. (minuendus).

§. 48. *Hypoth.* Subtractions-teknet är —, som utnämnes genom utan eller mindre (*minus*). Om b skal subtraheras från a, så skrifwes resten a — b.

§. 49. *Probl.* **At subtrahera ett mindre tal ifrån ett större.**

Resol. 1. Man sätter det mindre talet under det större på det sättet/ at enheter komma at stå under enheter/ tijor under tijor/ &c. och stryker under dem en linea.

2. Man begynner från höger til wänster/ och subtraherar särskilt först enheterna från hwar andra/ och sätter resten under enheterna eller i sitt egit rum/ sedan subtraherar man tijorna från hwar andra/ och sätter resten i sitt rum/ &c.

3. Om den nedra zifran är större än den öfra/ ifrån hwilken hon skal subtraheras, så måste man låna ifrån närmsta columnen til wänster en enhet/ som giäller i anseende til närmsta rummet åt höger altid 10 gånger mera/ hwilken man lägger til den öfra zifran/ så at man således kan subtrahera den undra zifran ifrån den summan.

4. Och

4. Och efter man lånte af den nästföljande öfra zifran åt höger 1/ så måste man sedan kalla henne 1 mindre/ när man ifrån den samma skal subtrahera.

5. Men om denna närmaste columnen til wänster har noll, så måste man gå til den tredie/ och skulle den också wara upfyld med noll, så måste man gå til den fierde/ &c. som har någon giällande zifra/ och derifrån låna 1/ så at uti nollernas ställe sättes 9 och til den öfra zifran/ hwarifrån man intet kunde subtrahera, lägges 10. S. å. d. g. s. b.

Demonstr. I anledning af resolution så är det igenfundna talets enheter/ tijor/ &c. eller alla des delar/ det är/ hela talet (§. 34.)/ tilsammans adderat med det mindre talets enheter/ tijor/ &c. eller alla des delar/ och således med hela det mindre talet (§. 34) jämlikt med det större talets enheter/ tijor/ &c. eller alla des delar/ och således med hela det större talet (§. 34)/ och är derföre resten af bägge gifna talen (§. 46). H. s. b.

§. 50. *Schol.* Til ex. om man wille finna differencen emellan 5678 och 4321/ så ställer man det mindre talet under det större/ så at 1 kommer at stå under 8/ 2 under 7/ &c. sedan begynner man at subtrahera enheterna

$$\begin{array}{r} 5678 \\ 4321 \\ \hline 1357 \end{array}$$

och säger 1 från 8 står 7 igen / eller $8 - 1 = 7$ / hwilket man sätter under enheternas column. Så går man derifrån til tijornas column, och säger 2 tijor ifrån 7 tijor restera 5 tijor / som sättas under tijornas column. Widare 3 hundrade ifrån 6 hundrade restera 3 hundrade / som man sätter under hundradetalens column. Sist 4 tusend ifrån 5 tusend resterar 1 tusend / som sättes neder i sitt egit rum; så at $5678 - 4321 = 1357$.

§. 51. *Schol.* Skulle resten sökas / til ex. emellan 4381 och 567. Sedan man satt talen som förr under hwarandra / begynner

$$\begin{array}{r} 4381 \\ 567 \\ \hline 3814 \end{array}$$

man som förr af enheterna; men efter man intet kan subtrahera 7 ifrån 1 så lånar man 1 tija ifrån tijornas column, som är närmsta zifran åt wänster / och lägger den til 1 / så at $10 + 1 = 11$ / och säger / 7 ifrån 11 står 4 igen / som sättes i sitt egit rum. Sedan går man til tijorna / hwarest man då måste betala den tijan man lånte / på det sättet / at man giör den öfra zifran 1 tija mindre / och säger 6 tijor ifrån 7 tijor står 1 tija qwar / som sättes i sitt egit rum. Widare 5 hundrade ifrån 3 hundrade kan man intet subtrahera, hwarföre lånar

man

man 1 tusend eller 10 hundrade af närmsta rummet åt wänster/ och lägger dem til 3 hundrade/ så at 10 + 3 = 13 / ifrån 13 hundrade drager man då 5 hundrade / och resten, 8 hundrade/ skrifwes i sitt rum. Sist efter man lånte 1 tusend / så har man qwar 3 tusend / som sättas i sitt rum. Och således blifwer 4381 − 567 = 3814.

§. 52. *Schol.* Skulle man willa subtrahera 387 af 506. Efter man intet kan draga 7 ifrån 6 / så skulle 1 tija lånas ifrån nästa columnen; men efter den är upfyld med 0 / så har den intet at låna bort / går man altså til hundradetalens rum och lånar der 1 hundrade. Utaf detta hundrade eller 10 tijorna lämnas 9 uti tijornas rum/ och den öfriga ena tijan lägges til 6 / så at man i stället för 506 nu har 400 + 90 + 16; hwarföre 16 − 7 = 9 / hwilket ställes under i sitt rum / sedan 90 − 80 = 10/ eller 1 tija / som ställes i tijornas rum / sist 400 − 300 = 100/ eller 1 hundrade / som ock ställes i sitt rum; så at 506 − 387 = 119.

$$\begin{array}{r} 506 \\ 387 \\ \hline 119 \end{array}$$

Lika så om man ifrån 90004 wille subtrahera 50895. Efter man ifrån 4 intet kan subtrahera 5 / måste man gå ända til femte rummet / och låna 1 / som der giäller 10 tusend / hwarutaf man

$$\begin{array}{r} 90004 \\ 50895 \\ \hline 39109 \end{array}$$

sätter i fierde rummet 9 tusend / då 1 tusend eller 10 hundrade äro qwar / af hwilka man sätter 9 hundrade i tredie rummet / då 1 hundrade eller 10 tijor äro öfriga / af hwilka man sätter 9 i andra rummet / och den ena tijan / som är öfwer / lägges til 4 / så at man i stället för 90004 har 80000 + 9000 + 900 + 90 + 14 hwarföre 14 − 5 = 9 / 90 − 90 = 0 / 900 − 800 = 100 / 9000 − 0 = 9000 / 80000 − 50000 = 30000. Och således 90004 − 50895 = 39109.

§. 53. *Schol.* Wil man pröfwa subtraction, så kan man lägga resten til det talet som skal subtraheras, blifwer då summan jämlik med det talet / ifrån hwilket man skal subtrahera, så är operation riktig (§. 47) / så som uti föregående exempel (§§. 50. 51. 52.)

4321	3814	387	50895
1357	567	119	39109
5678	4381	506	90004

Man kan ock pröfwa subtraction på det sättet / at man subtraherar ifrån höger til wänster / och ser til om resterna blifwa jämlika / såsom i det andra exemplet / (§. 51) / kan
4381 man säga intet eller 0 ifrån 4 tusend /
567 står wäl 4 tusend igen; men får inte
3814 mera än 3 tusend för det nästföljande

efter

efter man kan intet draga 5 hundrade ifrån 3 hundrade. Sedan $13 - 5 = 8$ / $8 - 6 = 2$ / men får intet mera än 1 för den nästföljande / til hwilken man måste låna 1 tija. Sist $11 - 7 = 4$.

§. 54. *Schol.* Addition kan ock proberas igenom subtraction, på det sättet / at man subtraherar ifrån summan det ena af talen / som skola adderas, så måtte man få det andra igen / om talen äro twänne som skola adderas, eller summan af alla de öfriga / om de äro flera / (§§. 37. 46.) / såsom i de föregående exemplen (§§. 40. 41.).

$$\begin{array}{r} 9999 \\ \underline{1234} \\ 8765 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 10535 \\ \underline{1834} \\ 8701 \end{array} = \begin{array}{r} 5978 \\ \underline{2723} \\ 8701 \end{array}$$

§. 55. *Schol.* De simpla talens rester kan man lära sig så länge af Additions-taflan (pag. 17) / til des man dem wäl minnes utan til. Til exempel, om man wille weta $9 - 4$ / så tager man det mindre talet 4 antingen i den öfwersta raden / eller främsta columnen, åt wänster / och går så ända columnen utföre under 4 / eller raden ända fram / til des man finner igen det större talet 9; då får man resten 5 mitt emot / antingen i främsta columnen, eller i öfwersta raden; efter $5 + 4 = 9$ (§. 46).

§. 56. *Def.* När man har fyra quantiteter, och man finner de twänne första hafwa samma ration, som de twänne senare / så kallas de *proportionales*: och twänne rationers enahanda och samma beskaffenhet (identitas) kallas *proportio*.

§. 57. *Coroll.* Har altså en proportion den egenskapen/ at så många gånger som den ena rationens antecedens innehåller sin consequens, så många gånger innehåller och den andra rationens antecedens sin consequens: eller så många gånger den ena rationens antecedens innehålles i sin consequens, så många gånger innehålles den andra rationens antecedens i sin consequens (§. 16).

§. 58. *Coroll.* Twänne rationes, som äro de samma/ kunna sättas i hwarandras ställe utan at lida någon förändring (§. 3).

§. 59. *Hypoth.* En proportion betecknas med ::/ hwilket utnämnes genom som. Om a : b och c : d wore samma rationes, så skrifwas de a : b : : c : d och utnämnas : a har eller förehåller sig så til b som c til d.

§. 60. *Def.* När man adderar en och samma quantitet (a) några (b) gånger/ det är/ utaf twänne gifna quantiteter a och b af samma slag/ söker en annan c/ som så förehåller sig til den ena gifna quantiteten a/ som den andra gifna quantiteten b til enheten/ näml.

näml. när c : a :: b : 1/ så säges man multiplicera (*multiplicare, ducere*). De bägge gifna quantiteterna a och b kallas *factores*, och i synnerhet heter a *multiplicandus*, som skal multipliceras, och b *multiplicans*, som multiplicerar; men den sökta quantiteten c kallas *factum* eller *productum*.

§. 61. *Hypoth.* Multiplication bemärkes således × eller · och utnämnes genom multiplicerat med eller gånger. Eller ock sättas quantiteterna brede wid hwarandra utan något tekn. Om a skal multipliceras med b/ så skrifwes producten *a* × *b* eller *a* · *b* eller ock *ab*.

§. 62. *Probl.* At *multiplicera* tal.

Resol. 1. Man sätter multiplicans under multiplicandus, på det sättet/ at enheterna komma at stå under enheterna/ tijorna under tijorna/ &c. och stryker under dem en strek.

2. Man begynner at multiplicera med den zifran af multiplicans, som står i enheternas column, med den zifran af multiplicandus, som står också i samma rum/ och sätter deras product neder i sitt egit rum under enheterna. Sedan går man til de andra multiplicandi zifror och sätter deras producter i sina egna

columner, det är/ producterna af multiplicandi tijor i tijornas rum/ &c.

3. Om producterna, som skola sättas under/ bestå jämwäl af tal/ som höra til nästföljande column åt wänster/ så behållas de i minnet/ och adderas til det nästföljande talets product.

4. Sedan går man til tijorna/ eller den andra multiplicantens zifra/ så framt han består af flera zifror/ och med dem multipliceerar alla multiplicandi zifror; likaledes med den tredie multiplicantens zifra/ &c. så at man får så många particulera producter som multiplicans har zifror/ hwilka ställas under hwarandra på det sättet/ at den andra particulera productens första zifra åt höger kommer at stå mitt under tijorna i det första igenfundna talet eller particulera producten, och des andra zifra under hundradetalen/ &c. den tredie particulera productens första zifra til höger i hundradetalens column, &c. den fierde particulera productens första zifra i tusendetalens rum/ och så widare.

5. Om alla deßa particulera producter adderas, (§. 39)/ så är summan den producten, som söktes.

Demonstr. J anledning af resolution, så förehåller sig så det första upfundna talets enheter/ tijor/ &c. eller alla des delar/ och således hela det första talet (§. 34.) til multiplicandi enheter/ tijor/ &c. eller alla des delar/ och således til hela multiplicandus (§.34)/ som den första multiplicantens zifra til enheten. Likaledes är klart/ at det andra igenfundna talet har sig så til multiplicandus, som den andra multiplicantens zifra til enheten/ &c. Efter nu alla deßa igenfundna tal tilsammans adderas, så är summan med dem jämlik (§. 37)/ och således förehåller sig så til multiplicandus, som multiplicantens enheter/ tijor/ &c. eller alla des delar/ det är/ som hela multiplicans (§. 34) til enheten; hwarföre hon ock är deras product. (§.60). H. s. b.

§. 63. *Schol.* Om man wille til exemp. multiplicera 4321 med 2/ så ställer man de 2 enheterna under 1 af multiplicandus, och begynner af multiplicandi enheter at multiplicera, och säger 2 gånger 1 = 2/ hwilket sättes neder i sitt rum. Sedan går man til multiplicandi tijor/ och säger 2 × 2 tijor = 4 tijor/ som sättas i sitt rum. Widare går man til multiplicandi hun-

$$\begin{array}{r} 4321 \\ 2 \\ \hline 8642 \end{array}$$

hundradetal och säger 2 × 3 hundrade =
hundrade / som sättas i sitt rum. Sist säg
man 2 × 4 tusend = 8 tusend / och sätter
i sitt rum / nämligen i fierde rummet / där
det betyder tusend; så har man 4321 ×
= 8642.

§. 64. *Schol.* Om 6789 skulle multi
pliceras med 5 / så ställer man dem som ti

$$\begin{array}{r} 6789 \\ 5 \\ \hline 33945 \end{array}$$

förende / och begynner af enheterna
rum / och säger 5 × 9 = 45 / de 5 en
heterna sätter man under linean i sit
rum / men 40 / eller de 4 tijorna be
håller man i minnet / och går til nästa multi
plicandi zifra / och säger 5 × 8 tijor = 4
tijor / til hwilka man lägger de 4 tijorna ma
hade i minnet / så at 40 + 4 = 44 tijor ell
440 / de 4 tijorna sätter man neder i sitt rum
men de 40 tijorna eller 4 hundrade behåll
man i minnet. Widare säger man 5 × 7 hun
drade = 35 hundrade eller 3500 / til hwilk
man lägger de 4 hundrade man hade i minnet
så at man har 39 hundrade eller 3 tusend oc
9 hundrade / 9 hundrade ställer man i sit
rum / och 3 tusende har man i minnet. Sis
säger man 5 × 6 tusend = 30 tusend / til hwil
ka läggas 3 tusend / så at man har 33 tu
send / hwilka man sätter i sitt rum; och således
blifwer 6789 × 5 = 33945.

§. 65.

§. 65. *Schol.* Man kunde ock låta blifwa at behålla något i minnet; utan sätta ut alla producterna, och sedan addera dem tilsammans / som dock är owigare och går långsammare i practiquen, på detta sättet:

6789		
5		
45	=	9 × 5
400	=	80 × 5
3500	=	700 × 5
30000	=	6000 × 5
33945	=	6789 × 5

§. 66. *Schol.* Om man wille multiplicera 6789 med 543 / så ställer man multiplicans 543 under multiplicandus 6789, på samma sätt som i addition (§. 39),

6789		
543		
20367	=	6789 × 3
27156	=	6789 × 40
33945	=	6789 × 500
3686427	=	6789 × 543

och begynner först at multiplicera med 3 på samma sätt som tilförende (§. 64.) är sagt / så at 20367 = 6789 × 3. Sedan går man til den andra multiplicantens zifra / och säger 4 tijor × 9 = 36 tijor eller 3 hundrade och

6 tijo/

6 tijo/ af hwilka man behåller de 3 hundrade i minnet/ men de 6 tijorna sättas i sitt egit rum/ nämligen under det första igenfundna talets eller första particulera productens tijor/ eller andra zifran från höger til wänster/ eller ock under den andra multiplicantens zifra/ som ock måste stå i samma column. Sedan far man fort at multiplicera de andra multiplicandi zifror/ at man får 271560 = 6789 × 40. Widare går man til den tredie multiplicantens zifra/ och säger 5 hundrade × 9 = 45 hundrade eller 4 tusend och 5 hundrade/ 4 tusend behåller man i minnet och 5 hundrade sätter man i sitt egit rum/ nämligen under första particulera productens tredie zifra/ eller multiplicantens tredie zifra/ sedan far man fort at multiplicera de andra multiplicandi zifror/ så at man får 3394500 = 6789 × 500. Sist om man adderar deße 3 particulera producter, så blifwer summan eller hela den sökta producten 3686427 = 6789 × 543.

§. 67. *Schol.* Om uti multiplicanten äro noll, til ex. om 3456 skal multipliceras med 7008/ så multiplicerar man först med 8/ och sedan efter andra och tredie rummet äro noll, så går man dem förbi til 7 tusend

tusend/ och säger 7 tusend $\times$ 6 är 42 tusend/ eller 4 tijo tusend och 2 tusend/ 4 tijo tusend behåller man i minnet/ och 2 tusend sätter man i sitt rum i samma column, som multiplicanten 7/ och så widare som tilförende.

$$
\begin{array}{rcl}
3456 & & \\
7008 & & \\
\hline
27648 & = & 3456 \times 8 \\
24192 & = & 3456 \times 7000 \\
\hline
24219648 & = & 3456 \times 7008
\end{array}
$$

§. 68. *Schol.* Om multiplicandus eller multiplicans har främst åt höger ett eller flera noll, eller ock om de hafwa dem bägge/ så brukar man i practiquen at multiplicera de giällande zifrorna med hwarandra som tilförende/ och lämna nollen til des particulera producterna äro tilsammans adderade, til hwilken man sätter så många noll, som äro i endera eller bägge factorerna, så måste hela producten ändå få sitt rätta wärde; ty om om man til ex. wil multiplicera 34 med 5600/ så skrifwer man 6 under 4 och 5 under 3/ och lämnar bägge nollen tils widare. Sedan säger 4 $\times$ 6 = 24/ hwarföre sätter man 4 neder/ och behåller 2 i minnet; och så widare continuerar man til des man får hela producten 1904; men efter den första zifran å höger 4, intet betyder 4 enheter utan 4 hu drade, efter $4 \times 600 = 2400$, så sätt man twänne noll til 4, så får hela produ cten sitt rätta wärde. Samma raison är de när multiplicandus, eller ock bägge hafwa noll

34	34000	34000
5600	56	5600
204	204	204
170	170	170
190400	1904000	190400000

§. 69. *Schol.* Om multiplicans är 10, 100, 100 &c. så är klart at man bör sätta til multiplicandus så må ga noll, som multiplicanten äger, så får man strax pr ducten; ty genom ett nolls tilsättande på högra hande så flyttes hwar och en zifra af multiplicandus ett rum lä gre fram, och således betyder tijo gånger mera: genom t nolls tilsättande, flyttes hwar och en zifra tu rum lä gre fram, och således blir hundrade gånger större än t förende, &c. til ex. $23 \times 10 = 230$, $23 \times 100 = 2300$ &c.

§. 70. *Schol.* Uti denna multiplication komme man intet fort, om man icke wet de enkla talens e ler enheternas producter, som til ex. at man we at $5 \times 6 = 30$, som kan skie antingen på det sä tet, at man adderar multiplicandus, så många gånge som multiplicans har enheter, eller ock at man gö sig en Multiplications-tafla, på hwilken man så lä ge kan söka producterna, til des man wäl minne dem

6
6
6
6
6
—
30

dem utan til. Taflan giöres på det sättet/ at man skrifwer rätt fram uti en rad 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. likaledes främst åt wänstra handen uti en column ända utföre. Sedan continuerar man alla de andra raderna ända fram på det sättet/ at man lägger 2 til uti den raden/ som står under främsta raden och begynnes af 2 på främsta columnen, nämligen 2 + 2 = 4 kommer at stå under 2/ 4 + 2 = 6/ som ställes under 3/ &c. Widare lägger man 3 continuerligen til på den raden/ som begynnes af 3 i främsta columnen, och skrifwer de summorna uti en rad fram under den förra raden. Likaledes i fierde raden adderar man altid 4 &c. til des man fådt 9 rader fulla/ då hela taflan är färdig/ allenast at man för större tydlighet skiljer åt raderna och columnerna med lineer. Denna taflan brukas på det sättet/ at man söker den ena af factorerna uti den öfwersta raden/ och den andra uti den främsta columnen åt wänster/ så finner man deras product uti det rummet/ som står mitt under den ena factoren, som togs i öfwersta raden/ och mitt emot uti en rad med den andra factoren, som togs i främsta columnen, til exempel, mitt emot 6 i den ena/ och 5 i den andra swarar 30; ty om man ifrån 6 går 5 rum fram/ så måtte det talet man finner i anledning af taflans construction wara 5 gånger tilsammans adderat, och således producten 5 × 6. Lika så om man ifrån 6 går 5 rum utföre columnen, måste man jämwäl finna 30.

§. 71. *Schol.* Denna Multiplications-taflans columner, brukar man at särskilt skrifwa på en hop med pinnar/ och dermed multiplicera; hwilket en Skottländsk Baron wid namn Johan Neper har påfunnit.

Multiplications-Tafla.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

§. 72. *Def.* När man söker huru många (c) gånger den ena gifna quantiteten (b) kan subtraheras af den andra/ eller innehållas i den andra gifna quantiteten (a), det är/ när man söker en quantitet c af twänne gifna quantiteter af samma slag/ a och b, som tilhopa multiplicerad med den ena af de gifna/ b, blifwer jämlik med den andra a, näml. när c b = a, så säges man dividera (*dividere*). Den igenfundna quantiteten c kallas *quotiens* eller *quotus*; men a, som skal divideras, kallas *dividendus*, och b, som diviaerar, *divisor*.

§. 73.

§. 73. *Hypoth.* Man beteknar division på det sättet, at man sätter divisor under dividendus, och emellan dem en linea, som utnämnes genom dividerat med. Om a skal divideras med b, så skrifwes quotienten $\frac{a}{b}$.

§. 74. *Schol.* Somlige bruka ock at beteckna division på samma sätt som en ration; efter man igenom division får weta huru många gånger divisor innehålles i dividendus (§. 72). Om a skal divideras med b, så skrifwes quotus, a : b, då dividendus är antecedens, och divisor är consequens.

§. 75. *Def.* När en mindre quantitet, eller en del skal divideras med en större, eller ett helt, så kallas quotienten ett bråk (*fractio*), då dividendus kallas täljare (*numerator*), och divisor, nämnare (*denominator*).

§. 76. *Schol.* Til ex, om $a < b$, och a skal divideras med b, så är $\frac{a}{b}$ ett bråk. Eller om 3 skal divideras med 5, så är $\frac{3}{5}$ jämwäl ett bråk. Om man skulle inbilla sig 3 daler böra delas emellan 5 personer, så måste hwar och en få $\frac{3}{5}$, eller tre femtedels daler; så at nämnaren gifwer tilkiänna, at man bör dela hwar daler i 5 jämlika delar, hwarutaf täljaren säger, at man bör taga 3 delar och gifwa åt hwar person.

§. 77. *Coroll.* Om man multiplicerar ett bråk med nämnaren, så måste producten blifwa jämlik med täljaren / nämligen $\frac{3}{5} \times 5 = 3$. (§. 72).

§. 78. *Def.* När en del några gånger multiplicerad blifwer jämlik med det hela / eller när en quantitet delas i några jämlika delar / så kallas en sådan del / en *pars aliquota*; men om en del multipliceras några gånger / och intet kan blifwa jämlik med sitt hela / så kallas han en *pars aliquanta*.

§. 79. *Schol.* Til ex. 3 är en pars aliquota til 12; efter $3 \times 4 = 12$; eller efter 12 kan delas i 4 jämlika delar / af hwilka hwar och en är 3. Men 5 är en pars aliquanta til 12; ty $5 \times 2 = 10 < 12$ / och $5 \times 3 = 15 > 12$.

§. 80. *Coroll.* Enheten är en pars aliquota til alla tal. (§. 21).

§. 81. *Probl.* At *dividera* ett större tal med ett mindre.

Resol. 1. Man ställer främst åt wänster dividendus, sedan divisor med rations eller divisions teknet emellan (§.74); wid divisor sättes jämlikhets teknet / och ja lämnas rum för quotienten.

2. Består divisor allenast af en zifra / så söker man huru många gånger han innehålles i den främsta dividendi zifra åt wänster / eller

om

om den är mindre än divisoren, huru mån-ga gånger han innehålles i de twänne främsta zifrorna/ så år det igenfundna talet hela quotientens första zifra åt wänster/ som ställes i sitt rum bredewid jämlikhets teknet.

3. Med denna quotienten multiplicerar man divisoren och subtraherar producten från dividendi zifra eller zifror/ och om det blir någon rest, så sätter man den ihop med nästföljande dividendi zifra åt höger/ och flytter sedan divisoren ett rum längre fram/ sökande efter/ på samma sätt/ som tilförende/ huru många gånger han innehålles i resten åt wänstra handen/ så framt det är någon/ och dividendi nästföljande zifra på högra handen/ så blir det igenfundna talet den andra zifran i quotienten, och så widare far man fort/ tils man gådt igenom alla dividendi zifror.

4. Men äger divisoren flera zifror/ så kan man intet strax weta huru många gånger han innehålles uti de ofwanstående dividendi zifror/ hwarföre ponerar man honom deruti så många gånger innehållas/ som den främsta divisorens zifra åt wänster; så at man söker då efter huru många gånger den innehålles i den första, eller de twänne främsta dividendi zifror/ om divisorens alla zifror intet kan subtrahe-

traheras ifrån lika många af dividendi främ-
sta zifror. Med denna fundna quotienten
multiplicerar man alla divisorens zifror/ och
drager producten ifrån ofwanstående divi-
dendi zifror/ sättiande under resten, om det
blifwer någon. Men skulle denna producten
intet kunna subtraheras, utan wara störr
än ofwanstående dividendi zifror/ så är klart/
at man tagit quotienten för stor/ hwarföre
måtte man då giöra sig en annan product,
i det man giör den förr tagna quotienten en
eller flera enheter mindre/ til des producten
kan subtraheras ifrån dividendi ofwanståen-
de zifror. Sedan för man divisoren en co-
lumn längre fram och handlar der med på
samma sätt/ til des man kommer til den sista
dividendi zifra. S. å. d. g. s. b.

Demonstr. I anledning af resolution, så
gifwa det fundna talets enheter/ tijor/ &c. el-
ler alla des delar/ och således hela det fundna
talet (§. 34) tilkiänna/ huru wånga gånger
divisorens enheter/ tijor/ &c. eller alla des
delar/ och således hela divisor (§. 34)/ innehål-
les uti dividendi enheter/ tijor/ &c. eller alla
des delar/ och således uti hela dividendus
(§. 34); så at det igenfundna talet tilhopa
multi-

multiplicerat med divisoren är jämlikt med dividendus. Hwarföre det är de gifna talens quotus (§. 72). H. s. b.

§. 82. *Schol.* Om man wille dividera 8642 med 2/ så ställer man upp det således/ at dividendus står främst åt wänster/ sedan divisions teknet/ och dernäst divisor, och så jämlikhets teknet/ hwar wid lämnas rum för quotienten; efter dividendus dividerad med divisor är jämlik med quotus.

$$\begin{array}{l} 8642 : 2 = 4321 \\ \underline{8642} \\ 0000 \end{array}$$

Sedan begynner man at dividera, och säger 2 uti 8 tusend innehålles 4 tusend gånger; efter 4 tusend × 2 = 8 tusend (§. 72)/ hwarföre ställes 4 främst i quotientens rum/ som kommer at få sitt rätta wärde/ när de 3 andra zifrorna komma der til: och när producten af 4 tusend med 2/ som är 8 tusend/ subtraheras ifrån de ofwanstående 8 tusend/ så blifwer intet öfwer. Widare säger man 2 uti 6 hundrade innehålles 3 hundrade gånger/ som ställes på högra handen om den förra quotientens zifra/ sedan 2 × 3 hundrade = 6 hundrade/ 6 hundrade − 6 hundrade = 0. Äntligen säger man 2 uti 4 tijo innehålles 2 tijo gånger/ som blir den 3:die zifran i quotienten, sedan 2 × 2 tijo

 = 4 tijo/

= 4 tijo / 4 tijo − 4 tijo = 0. Sist 2 uti 2 innehålles 1 gång / hwilket blir den sista quotientens zifra / eller den första från höger til wänster. Är altså $\frac{8642}{2} = (4000 + 300 + 20 + 1) = 4321$.

§. 83. *Schol.* Om man wille dividera 33945 med 5. Efter divisoren 5 är större än den första dividendi zifra åt wänster / 3 / så ser man efter / huru många gånger 5 innehålles i de twänne främsta zifrorna / näml. i 33 tusend / som kan skie 6 tusend gånger / i det närmaste; ty 5 × 6 tusend = 30 tusend / som är mindre / och kan subtraheras från 33 tusend; men 5 × 7 tusend är 35 tusend / som är större / och kan intet subtraheras från de ofwanstående dividendi zifror. Hwarföre ställer man 6 tusend uti quotienten och 30 tusend under de främsta dividendi zifror / och säger 33 tusend − 30 tusend = 3 tusend / som sättas under linean / bredwid hwilken man sätter den närmsta dividendi zifra åt höger / 9 / och noterar den ofwanstående

$$\begin{array}{l} 33945 : 5 = 6789 \\ \underline{30\cdots} \\ \;\;39 \\ \;\;\underline{35} \\ \;\;\;44 \\ \;\;\;\underline{40} \\ \;\;\;\;45 \\ \;\;\;\;\underline{45} \\ \;\;\;\;00 \end{array}$$

stående zifran/ som sattes neder/ med en punct, at man må weta/ at hon är nedersatt; så at man nu har 39 hundrade/ uti hwilka man åter betraktar huru många gånger 5 kan innehållas/ som är det närmaste 7 hundrade gånger; ty 5 × 7 hundrade = 35 hundrade/ hwarföre sätter man 7 hundrade i quotienten, och 35 hundrade under 39 hundrade/ och säger 35 hundrade från 39/ restera 4 hundrade/ som sättes under linean, som tilförende. Widare giör man en punct under närmaste dividendi zifra 4/ och förer henne neder at stå tilsammans med resten 4/ så at man hafwer 44 tijor/ uti hwilka man finner 5 innehållas 8 tijo gånger; ty 5 × 8 tijo = 40 tijor/ hwarföre sätter man 8 tijo i quotienten, och subtraherar 40 tijo af 44 tijor/ så rester det 4 tijo/ bredewid hwilka man sätter den sista dividendi zifra åt höger 5/ så at man har 45/ til hwilket man finner 5 wara en aliquote-del; ty 5 × 9 = 45/ hwarföre sättes 9 i quotienten, och sedan 45 − 45 = 0; så at

$$\frac{33945}{5} = 6789.$$

§. 84. *Schol.* För wigheten skull i practiquen, så sätter man intet ut nollen, ej heller förer man neder alla dividendi zifror i hwar operation, utan allenast en hwar gång efter de andra intet behöfwas; dock at först så mycket bättre raison här til/ så wil jag sätta upp föregående exempel (§. 83.) på detta sättet:

$$\begin{array}{rcccr}
33945 & : & 5 & = & 6789 \\
\underline{30000} & : & 5 & = & 6000 \\
3945 & & & & \\
\underline{3500} & : & 5 & = & 700 \\
445 & & & & \\
\underline{400} & : & 5 & = & 80 \\
45 & & & & \\
\underline{45} & : & 5 & = & 9 \\
00 & & & &
\end{array}$$

Här utaf ser man klarligen/ at man delar dividendus i 4 delar/ näml. uti $30000 + 3500 + 400 + 45 = 33945$ / och söker särskilt til dem quotienter $6000 + 700 + 80 + 9 = 6789$.

§. 85. *Schol.* Om 3686427 skal divideras med 543. Efter man intet kan subtrahera 543 ifrån de 3 främsta dividendi zifror 368 / så måste man taga de 4 främsta zifrorna 3686 uti den första operation. Sedan / efter man intet wet strax huru många gånger 543 innehållas uti 3686 tusend/ så håller man före/ at han så många gånger der uti inne-

innehålles / som 5 hundrade uti 36 hundrade tusend / nämligen 7 tusend gånger; ty 500 × 7000 är 3500000;

3686427 : 543 = 6789
3258...
4284
3801
4832
4344
4887
4887
0000

543
6
3258

543
7
3801

543
8
4344

543
9
4887

men när man wil se efter om ock 543 skal innehållas 7 tusend gånger uti 3686 tusend / som skier på det sättet / at man multiplicerar 543 med 7 tusend / så finner man producten blifwa 3801 tusend / hwilken är alt för stor / och således intet kan subtraheras ifrån 3686 tusend; måste man altså taga quotienten 1 mindre / nämligen 6; ty 6 tusend × 543 = 3258 tusend / som kan subtraheras ifrån de ofwanstående dividendi zifror / då det resterar 428 tusend. Sedan söker man huru många gånger 543 innehålles i 4284 hundrade / och finner det innehållas der uti 7 hundrade gånger; ty 543 × 7 hundrade = 3801 hundrade /

de / hwilket subtraherat från 4284 hundrade gifwer resten 483 hundrade. Widare finner man 543 innehållas uti 4832 tijor / 8 tijo gånger; ty 543×8 tijo $= 4344$ tijor / hwilka subtraherade från 4832 tijor gifwa resten 488 tijor. Sist finner man 543 innehållas uti 4887 jämt 9 gånger; ty $543 \times 9 = 4887$, så at $(3258000 + 380100 + 43440 + 4887) = 3686427 : 543 = (6000 + 700 + 80 + 9) = 6789$.

§. 84. *Schol.* Efter på detta sättet man intet kan finna den rätta quotienten, utan at fresta eller pröfwa om producten af den tagna quotienten och hela divisoren intet är större än de öfra dividendi zifror / som går något långsamt / i synnerhet i stora tal; så kan man giöra det wigare blott med tanckarna / eller i hufwudet / som man säger / på detta maneret; som til exempel, om man wille weta huru många gånger 543 innehålles i 3686 / 5 uti 36 kan man hafwa 7 gånger; ty $5 \times 7 = 35$ / hwilket man drager från 36 / och resten 1 / sätter man fram för den tredie dividendi zifra 8 / från wänster räknad / så at man har 18 / uti hwilket tal den andra divisorens zifra 4 bör jämwäl så många gånger innehållas som 5 uti 36 / näml. 7 gånger / om 7 är den rätta quotienten; men efter man finner at $4 \times 7 = 28 > 18$ / så sluter man deraf at 7 är för stort / och man således bör taga quotienten 1 mindre. Dock måtte man ibland probera med de tre första divisorens zifror.

§. 87. *Schol.* Skulle man willa dividera 678 med 5 / så finner man at 5 är en

ali-

aliquante-del at 678 (§.78); efter, när division är ändad, så blifwa ändå 3 enheter öfriga, hwilka, efter de skola divideras med 5, som är större, så sätter man divisions-teknet emellan dem, och då är quotienten $\frac{3}{5}$ ett bråk (§. 75); så at $(500 + 150 + 25 + 3) = 678 : 5 = (100 + 30 + 5 + \frac{3}{5}) = 135\frac{3}{5}$.

$$
\begin{array}{r}
678 : 5 = 135\frac{3}{5} \\
5\cdot\cdot \\
\hline
17 \\
15 \\
\hline
28 \\
25 \\
\hline
3
\end{array}
$$

§. 88. *Schol.* Om 24219648 skal divideras med 3456.

$$
\begin{array}{r}
24219648 \\
24192\cdot\cdot\cdot \\
\hline
27648 \\
27648 \\
\hline
00000
\end{array}
\quad : \quad
\begin{array}{r}
3456 \\
7 \\
\hline
24192 \\
8 \\
\hline
27648
\end{array}
\quad = \quad 7008
$$

Först finner man at 3456 innehålles uti 24219 tusend 7 tusend gånger i det närmaste, och resten blifwer 27 tusend; hwar til man sätter neder 6, så at man har 276 hundrade, uti hwilket divisor intet någon hundrade gång kan innehållas, hwarföre man sätter 0 i quotienten. Widare sätter man neder 4, så at man då har 2764 tijor, uti hwilka ej heller divisor kan innehållas några tijo gånger,

hwar=

hwarföre man sätter o i quotienten. Sist förer man neder 8 / så at man får 27648 / uti hwilket man finner divisoren jämt innehållas 8 gånger / och således 24192000 + 27648 = 24219648 : 3456 = 7000 + 8 = 7008.

§. 89. *Schol.* Om divisor är 1 med ett eller flera noll bredewid sig / til ex. om man wille dividera 2345 med 100 / så blir dividendus strax den sökta quotienten, allenast man på högra handen skiljer ifrån honom / så många zifror / som divisoren har noll, och skrifwer under dem / divisoren, som blir nämnare / och de frånskilda zifrorna åt höger / tälјare; ty 100 uti 2000 innehålles 20 gånger; efter 20 × 100 = 2000 / och 100 uti 300 innehålles 3 gånger; efter 3 × 100 = 300: men efter här blifwa ändå öfwer 45 / som ock böra delas med 100 / måste det blifwa ett bråk; så at (2000 + 300 + 45) = 2345 : 100 = $(20 + 3 + \frac{45}{100}) = 23\frac{45}{100}$.

§. 90. *Schol.* De enkla talens quotienter måste man kunna utan til / om man wil behändigt dividera. Imedlertid kan man finna dem af Multiplications-taflan (pag. 34) / på det sättet / at man tager divisor antingen i öfwersta raden eller främsta columnen, och mitt emot den samma söker upp dividendus, mot hwilken quotus swarar antingen i främsta columnen eller öfwersta raden / til ex. om man wille weta huru många gånger 5 innehålles i 30 / så söker man igen 30 uti en rad med 5 i främsta

co-

columnen, hwar emot swarar mitt öfwer i öfwersta raden 6; eller tager man 30 uti en column ända utföre mitt under 5, så swarar der mitt emot uti en rad ända fram på främsta columnen, 6, som är den sökta quotienten; ty $6 \times 5 = 30$ (§. 72).

§. 91. *Schol.* Om man dividerat rått, kan man pröfwa på det sättet, at man multiplicerar hela den fundna quotienten med divisor, så måste producten wara jämlik med dividendus, om divisor är hans aliquote-del; men skulle något blifwit öfrigt efter division, så lägges det til producten (§. 72); såsom uti exemplen, som äro anförde i §§. 83, 85, 87.

$$\begin{array}{r} 6789 \\ 5 \\ \hline 33945 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 6789 \\ 543 \\ \hline 20367 \\ 27156 \\ 33945 \\ \hline 3686427 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 135 \\ 5 \\ \hline 675 \\ 3 \\ \hline 678 \end{array}$$

§. 92. *Theor.* Om $a = c$, och $b = c$, så är $a = b$: och om $a = c$, $b = d$, och $c = d$, så är jämwäl $a = b$.

Demonstr. 1. Efter $b = c$ (*per hyp.*), så kan man sätta b i stället för c, och alt blifwer som tilförende, utan at lida någon förändring til sin quantitet (§. 11); hwarföre, efter $a = c$ (*per hyp.*), så är ock $a = b$. Hwilket war det ena.

2. Ef-

2. Efter $b = d$ och $c = d$ (*per hyp.*) så är $b = c$ (*per demonstr.*), hwarföre, efter $a = c$ (*per hyp.*), så är $a = b$ (*per demonstr.*). Hwilket war det andra, som skulle bewisas.

§. 93. *Schol.* Jag har utsatt denna Lärsatsens proposition, så wäl som de följande, när det kan skie, allenast med characterer, som är både wigare och kortare; hwilka dock hwar och en, som förstår hwad teknen betyda, kan utnämna med ord, til exempel, denna proposition lyder så: de quantiteter, som äro särskilt jämlika med en annan quantitet, de äro ock jämlika sins emellan; och de som äro jämlika med jämlika, de äro ock sins emellan jämlika.

§ 94. *Theor.* Om $a = b$, $c = d$, och $c > a$, så är $d > b$; men är $c < a$, så är $d < b$.

Demon. 1. Efter $a = b$ (*per hyp.*), så kan b sättas i stället för a (§. 11); hwarföre, efter $c > a$ (*per hyp.*), så är ock $c > b$. Widare, efter $c = d$ (*per hyp.*), och $c > b$ (*per demonstr.*), så är ock $d > b$ (§. 11). H. w. d. e.

2. På samma sätt bewises $d < b$. H. w. d. a. s. b.

§ 95. *Theor.* Om $a = b$, och $c = d$, så är $a + c = b + d$.

Demonstr. Efter $b = a$ och $d = c$ (*per hyp.*), så kan b ställas för a, och d för c (§. 11); så al at man i stället för $a + c$ kan sätta $b + d$, hwarföre, efter $a + c = a + c$ (§. 32), så är ock $a + c = b + d$. H. s. b.

§. 96. *Theor.* Om $a > b$ och $c = d$, så är $a + c > b + d$.

Demonstr. Efter $a > b$ eller $b < a$ (*per hyp.*), så är b jämlik med en del af a (§. 10). Innehåller altså a uti sig b och en del til, e (§. 4), och således $a = b + e$ (§. 34). Nu är $c = d$ (*per hyp.*), hwarföre $a + c = b + e + d$ (§. 95). Widare är $b + d$ en del af $b + e + d$ (§. 4), och således $b + e + d > b + d$ (§. 36), hwarföre ock $a + c > b + d$ (§. 94). H. s. b.

§. 97. *Theor.* Om $a = b$ och $c = d$, så är $a - c = b - d$.

Demonstr. Efter $b = a$ och $d = c$ (*per hyp.*), så kan b ställas för a, och d för c (§. 11); så at man i stället för $a - c$ kan sätta $b - d$. Nu är $a - c = a - c$ (§. 32); hwarföre ock $a - c = b - d$. H. s. b.

§. 98. *Theor.* Om $a > b$ och $c = d$, så är $a - c > b - d$.

Demonstr. Efter $b < a$ (*per hyp.*), så är b jamlik med en del af a (§. 10). Innehåller altså a uti sig b, och ändå en del til, e (§. 4), och således $a = b + e$ (§. 34). Nu är $c = d$ (*per hyp.*), hwarföre $a - c = b + e - d$ (§. 97). Widare är $b - d$ en del af $b + e - d$ (§. 4), och således $b + e - d > b - d$ (§. 36), hwarföre ock $a - c > b - d$ (§. 94). H. s. b.

§. 99. *Theor.* **Om $a = b$ och $c = d$, så är $ac = bd$.**

Demonstr. Efter $b = a$ och $d = c$ (*per hyp.*), så kan b ställas för a, och d för c (§. 11); så at i stället för ac kan man sätta bd. Nu är $ac = ac$ (§ 32), hwarföre ock $ac = bd$. H. s. b.

§. 100. *Theor.* **Om $a = b$ och $c = d$, så är $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$.**

Demonstr. Efter $b = a$ och $d = c$ (*per hyp.*), så kan man ställa b för a och d för c (§. 11), så at i stället för $\frac{a}{c}$ kan man sätta $\frac{b}{d}$. Nu är $\frac{a}{c} = \frac{a}{c}$ (§. 32), hwarföre ock $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$. H. s. b.

§. 101. *Ax.* **Om man jämförer twänne *quantiteter* med hwarandra, så äro de antingen jämlika eller ojämlika.**

§. 102.

§. 102. *Def.* Om uti en ration a : b, man finner a = b, så kallas det ett jämlikhets förehållande (*ratio æqualitatis*); men är a > b, så heter det ett större ojämlikhets förehållande (*ratio majoris inæqualitatis*), är åter a < b, så kallas det ett mindre ojämlikhets förehållande (*ratio minoris inæqualitatis*).

§. 103. *Def.* Om uti ett förehållande den föregående divideras med den följande, så kallas quotienten, *exponens*, såsom $\frac{a}{b}$, uti ration a : b.

§. 104. *Coroll.* Gifwer altså exponenten tilkiänna, huru många gånger consequens innehålles uti antecedens: eller huru många gånger antecedens innehåller uti sig consequens, det är, huru många gånger man bör multiplicera consequens, at producten blifwer jämlik med antecedens (§. 72).

§. 105. *Schol.* Uti ratione majoris inæqualitatis, 7 : 2, gifwer exponenten $\frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$, tilkiänna, at 2 innehålles tre gånger och en half gång uti 7: eller, at 7 innehåller $3\frac{1}{2}$ gång uti sig 2, det är, at $3\frac{1}{2} \times 2 = 7$. Men uti ratione minoris inæqualitatis, 2 : 7, gifwer exponens $\frac{2}{7}$ tilkiänna, at 7 innehålles twå siundedels gång uti 2: eller, at 2 innehåller $\frac{2}{7}$ gång uti sig 7, eller innehåller twå siundedelar af 7, det är $\frac{2}{7} \times 7 = 2$.

§. 106. *Coroll.* Uti en proportion äro bägge exponenterna jämlika, och twärt om; så at om $a : b :: c : d$, och exponenten $\frac{a}{b}$ wore $= e$, och $\frac{c}{d} = f$, så är $e = f$, det är $eb = a$, och $fd = c$. Och om $e = f$ eller $eb = a$ och $fd = c$, så har sig $a : b :: c : d$ (§. 57.).

§. 107. *Schol.* Här af kommer, at somlige betekna proportion med jämlikhets teknet (§. 13), $a : b = c : d$.

§. 108. *Coroll.* Ett bråk kan hållas för en exponens uti ratione minoris inæqualitatis, hwars täljare är antecedens, och nämnare är consequens. $\frac{2}{7} = 2 : 7$ (§. 75).

§. 109. *Theor.* Om $a = b$ och $c = d$, så har sig $a : c :: b : d$, och $c : a :: d : b$.

Demonstr. 1. Efter $a = b$ och $c = d$ (*per hyp.*), så är $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ (§. 100), och således $a : c :: b : d$ (§. 106). H. w. d. e.

2. Lika

2. Lika så är $\frac{c}{a} = \frac{d}{b}$ (§.100), och således c:a::d:b (§.106). H. w. d. a. s. s. b.

§. 110. *Theor.* Om a:b::c:d, och e:f::c:d, så har sig a:b::e:f. Och om a:b::c:d, e:f::g:h, och c:d ::g:h, så har sig a:b::e:f.

Domonstr. 1. Efter e:f::c:d (*per hyp.*), så kan e:f sättas i stället för c:d (§.58). Nu har sig a:b::c:d (*per hyp.*), hwarföre a:b ::e:f. H. w. d. e.

2. Efter a:b::c:d, och c:d::g:h (*per hyp.*), så har sig a:b::g:h (*per demonstr.*). Nu har sig e:f::g:h (*per hyp.*), hwarföre har sig a:b::e:f (*per demonstr.*). H. w. d. a. s. s. b.

§. 111. *Ax.* De samma eller jämlika *quantiteter* innehålla hwarandra/ eller innehållas uti hwarandra 1 gång. (§. 32).

§. 112. *Schol.* Om man wille/ til ex. måta en stångs längd med ett 5 alnars snöre/ och man skulle finna snöret allenast innehållas uti stången 1 gång/ så säger man ju/ at stången och snöret hafwa samma eller jämlik längd; eller/ at stången är 5 alnar lång.

§. 113. *Coroll.* Här af följer/ om $a = b$, och a skulle divideras med b, så måste quotienten $\frac{a}{b}$ wara $= 1$/ och således $1 \times b$ eller $1b = a$. (§. 72).

§. 114. *Schol.* Om $a = b = 32$/ så är $\frac{a}{b} = \frac{32}{32} = 1$; ty om/ til ex. 32 daler skulle delas emellan 32 personer/ så kommer hwar och en af dem at få 32 trettiotwådels daler/ det är/ om hela dalern skulle delas i 32 delar eller ören/ så får hwar person 32 sådana delar eller ören/ som är 1 daler (§. 34).

§. 115. *Coroll.* Är altså exponens uti ratione æqualitatis jämlik med enheten.

§. 116. *Theor.* Om $a : b :: c : d$, så har sig ock *alternando* $a : c :: b : d$.

Demonstr. Efter $a : b :: c : d$ (*per hyp.*), så är $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ (§. 106), och således/ om $\frac{a}{b}$ poneras wara $= e$, så är ock $\frac{c}{d} = e$; så at $a = eb$, och $c = ed$ (§. 106), hwarföre $\frac{a}{c} = \frac{eb}{ed}$ (§. 100). Nu är $\frac{e}{e} = 1$ (§. 113), och således

$\frac{eb}{ed}$

$\frac{eb}{ed} = 1 \times \frac{b}{d}$ eller $\frac{b}{d}$ (§. 113), hwarföre $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ (§. 92), det är/ a : c :: b : d (§. 106). H. s. b.

§. 117. *Theor.* Om a : b :: c : d, så har sig *invertendo* b : a :: d : c.

Demonstr. Efter a : b :: c : d (*per hyp.*), så har sig ock a : c :: b : d (§. 116). Om $\frac{a}{c} = \frac{b}{d} = e$, så är a = ec och b = ed (§. 106), och således $\frac{b}{a} = \frac{ed}{ec}$ (§. 100). Nu är $\frac{ed}{ec} = \frac{d}{c}$ (§. 113), hwarföre $\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$ (§. 92), har sig altså b : a :: d : c (§. 106). H. s. b.

§. 118. *Theor.* Om a : b :: c : d, så har sig *componendo* a + b : a :: c + d : c, och a + b : b :: c + d : d.

Demonstr. Efter a : b :: c : d (*per hyp.*), så har sig ock a : c :: b : d (§. 116), hwarföre om proportionens exponent kallas e, så är a = ec och b = ed (§. 106), och således a + b = ec + ed = e × c + d (§. 95). Nu har sig a + b : c + d :: a : c :: b : d (§. 106), hwarföre a + b : a :: c + d : c, och a + b : b :: c + d : d (§. 116). H. s. b.

§. 119. *Theor.* Om $a+b:b::c+d:d$, så har sig *dividendo* $a+b-b=a:a+b::c+d-d=c:c+d$, och $a:b::c:d$.

Demonstr. Efter $a+b:b::c+d:d$ (*per hypoth.*), så har sig ock $a+b:c+d::b:d$ (§. 116). Om nu proportionens exponent kallas e, så är $a+b=ec+ed$, och $b=ed$ (§. 106), hwarföre $a=ec$ (§. 97). Nu har sig $a:c::a+b:c+d::b:d$ (§. 106), och således $a:a+b::c:c+d$, och $a:b::c:d$ (§. 116).

§. 120. *Theor.* Om det hade sig *ordinate* $a:b::c:d$, och $b:e::d:f$, så har sig *ex æquo* $a:e::c:f$.

Demonstr. Efter $a:b::c:d$, och $b:e::d:f$ (*per hyp.*), så har sig ock $a:c::b:d$, och $b:d::e:f$ (§. 116), hwarföre $a:c::e:f$ (§. 110), och således $a:e::c:f$ (§. 116), H. s. b.

POSTULATUM.

§. 121. När tre *quantiteter*, a, b, c äro gifna, så är möjeligt at få taga den fierde, d, til hwilken c har samma *ration*, som a har til b (§. 56).

§. 122. *Schol.* En sats/ som bekräftar eller nekar något kunna giöras eller wara möjliget/ och kan slutas immediate af en definition, så at man kan fodra den samma böra medgifwas utan bewis/ kallas *Postulatum*, eller en Fodran.

§. 123. *Theor.* Om det hade sig *perturbate* a:b::c:d och b:e::f:c, så har sig ock *ex æquo* a:e::f:d.

Demonstr. Efter a:b :: c:d (*per hyp.*), och om man ponerar b:e :: d:g (§. 121), så har sig a:e :: c:g (§. 120). Nu har sig ock b:e :: f:c (*per hyp.*), hwarföre f:c :: d:g (§. 110), och f:d :: c:g (§. 116); så at a:e :: f:d (§. 110). H. s. b.

§. 124. *Theor.* Uti *division* förehåller sig så *dividendus* a til *quotienten* c, som *divisoren* b til enheten.

Demonstr. Efter $\frac{a}{b}$ = c, så är cb = a (§. 72). Nu har sig cb:c :: b:1 (§. 60), och a:c :: cb:c (§. 109), hwarföre a:c :: b:1 (§. 110). H. s. b.

§. 125. *Coroll.* Har altså dividendus sig så til divisor, som quotus til enheten/ a:b :: c:1 (§. 116).

§. 126. *Coroll.* Uti en ration har sig antecedens til exponenten som consequens

 til

til enheten / eller *alternando* har sig antecedens til consequens, som exponens til enheten (§. 103): och således uti en fraction, har sig täljaren så til hela bråket som nämnaren til enheten / eller *alternando*, täljaren har sig så til nämnaren / som hela bråket til enheten (§§. 75. 108).

§. 127. *Theor.* **Om a : b :: c : d, och b = d, så är ock a = c, och om b : a :: d : c, så är jämwäl a = c.**

Demonstr. 1. Efter a : b :: c : d (*per hyp.*), så har sig a : c :: b : d (§. 116). Nu är b = d (*per hyp.*), hwarföre a = c (§. 57). H. w. d. e.

2. Efter b : a :: d : c (*per hyp.*), så har sig ock b : d :: a : c (§. 116). Nu är b = d (*per hyp.*), hwarföre a = c (§. 57). H. w. d. a. s. s. b.

§. 128. *Theor.* **Twänne *factores* a och b, som sins emellan hwarandra *multiplicera*, giöra jämlika *producter*, ab = ba, 3 ⨯ 5 = 5 ⨯ 3.**

Demonstr. Efter ab : a :: b : 1 och ba : b :: a : 1 (§. 60), och ba : a :: b : 1 (§. 116), så har sig ab : a :: ba : a (§. 110). Nu är a = a (§. 32), hwarföre ab = ba (§. 127).

§. 129.

§. 129. *Coroll.* Om factores wore trenne a, b, c. Efter ab = ba, så är cab = cba och abc = bac (§. 99). Likaledes, efter cb = bc, så är acb = abc, och cba = bca (§. 99), hwarföre cab = cba = abc = bac = acb = bca (§. 92). På samma sätt kan bewisas, at ware huru många factorer, det hälst wil, och de må multipliceras uti hwad ordning man någonsin behagar, så äro ändå alla producterna jämlika.

§. 130. *Coroll.* Här af följer, när multiplicans är större än multiplicandus, at man kan, för wigheten skull i practiquen med zifrorna, giöra multiplicans til multiplicandus, och twärt om; så at i stället för 34 skulle multipliceras med 5678, så multiplicerar man hällre 5678 med 34, efter producterna blifwa ändå jämlika; hwilket ock kan tiena til at probera multiplication.

$$
\begin{array}{r}
5678 \\
34 \\
\hline
22712 \\
17034 \\
\hline
193052
\end{array}
\quad = \quad
\begin{array}{r}
34 \\
5678 \\
\hline
272 \\
238 \\
204 \\
170 \\
\hline
193052
\end{array}
$$

§. 131.

§. 131. *Theor.* $\frac{ab}{a} = b$ och $\frac{ab}{b} = a$.

Demonstr. 1. Efter $ab : a :: b : 1$ (§. 60), och $ab : a :: \frac{ab}{a} : 1$ (§. 125), så har sig $\frac{ab}{a} : 1 :: b : 1$ (§. 110), och således, efter $1 = 1$ (§. 32), så är $\frac{ab}{a} = b$ (§. 127). H. w. d. e.

2. Efter $ab : a :: b : 1$ (§. 60), så har sig $ab : b :: a : 1$ (§. 116). Nu har sig $ab : b :: \frac{ab}{b} : 1$ (§. 125), hwarföre $\frac{ab}{b} : 1 :: a : 1$ (§. 110), och således, efter $1 = 1$ (§. 32), så är $\frac{ab}{b} = a$ (§. 127). H. w. d. a. s. s. b.

§. 132. *Coroll.* Här af följer, huru man kan probera multiplication, nämligen, at man dividerar den fundna producten antingen med multiplicandus, så måtte quotienten blifwa jämlik med multiplicans; eller at man dividerar producten med multiplicanten, så måste quotus blifwa multiplicandus, om det är rätt räknat, såsom uti exemplet, som är anfördt i §. 64.

```
33945 : 5 = 6789
30...
-----
 39
 35
-----
  44
  40
-----
   45
   45
-----
   00
```

```
33945 : 6789 = 5
33945
-----
00000
```

§. 133. *Theor.* Om a $>$ eller $<$ b, och c $=$ d, så har sig $ac : bd :: a : b$.

Demonstr. Efter ac til a som c til 1, och bd til b som d til 1 (§. 60), sedan c til 1 som d til 1 (§. 109), så har sig ac til a som bd til b (§. 110), hwarföre ac til bd som a til b (§. 116). H. s. b.

§. 134. *Coroll.* Om a $>$ b, och c $=$ d, så är ac $>$ bd (§. 57).

§. 135. *Theor.* Om a $>$ eller $<$ b, och c $=$ d, så har sig $\frac{a}{c} : \frac{b}{d} :: a : b$.

Demonstr. Efter a til c som $\frac{a}{c}$ til 1, och b til d som $\frac{b}{d}$: 1 (§. 125), så har sig a til $\frac{a}{c}$ som c

til 1,

til 1 / och b til $\frac{b}{d}$ som d til 1 (§. 116). Nu efter c = d (*per hyp.*), så har sig c til 1 som d til 1 (§. 109), hwarföre a til $\frac{a}{c}$ som b til $\frac{b}{d}$ (§. 110), och således a til b som $\frac{a}{c}$ til $\frac{b}{d}$ (§. 116). H. s. b.

§. 136. *Coroll.* Om a > b och c = d, så är $\frac{a}{c} > \frac{b}{d}$.

§. 137. *Coroll.* Här af följer / när både dividendus och divisor lycktas på noll, at man kan korta af så många noll på den ena / som på den andra / och sedan förrätta division, så blir quotus ändå lika stor / til ex.

$$
\begin{array}{l}
190400|000 : 34|000 = 5600 \\
\underline{170} \qquad\qquad\quad \underline{\ \ 5\ \ } \\
204 \qquad\qquad\quad 170 \qquad 34 \\
\underline{204} \qquad\qquad\qquad\qquad\ \ \underline{\ \ 6} \\
000 \qquad\qquad\qquad\qquad\quad 204
\end{array}
$$

Ty $\frac{190400000}{1000} = 190400 . \frac{34000}{1000} = 34$

$\therefore$ 190400000 : 34000.

§. 138.

§. 138. *Theor.* Om $a:b::c:d$, och $e=f$, så har sig $ae:b::cf:d$, och $a:be::c:df$.

Demonstr. 1. Efter a til b som c til d (*per hyp.*), så har sig a til c som b til d (§. 116), och efter $e=f$ (*per hyp.*), så har sig ae til cf som a til c (§. 133) som b til d (§. 110), hwarföre ae til b som cf til d (§. 116). H. w. d. e.

2. På samma sätt kan bewisas, at a til be som c til df. H. w. d. a. s. s. b.

§. 139. *Coroll.* Om $a:b::c:d$, $e=f$, och $g=h$, så har sig $ae:bg::cf:dh$.

§. 140. *Theor.* Om $a:b::c:d$, och $e=f$, så har sig $\frac{a}{e}:b::\frac{c}{f}:d$, och $a:\frac{b}{e}::c:\frac{d}{f}$.

Demonstr. 1. Efter a til b som c til d (*per hyp.*), så har sig a til c som b til d (§. 116). Och efter $e=f$ (*per hyp.*), så har sig $\frac{a}{e}$ til $\frac{c}{f}$ som a til c (§. 135) som b til d (§. 110), hwarföre $\frac{a}{e}$ til b som $\frac{c}{f}$ til d (§. 116). H. w. d. e.

2. På samma sätt kan bewisas, at a til $\frac{b}{e}$ som c til $\frac{d}{f}$. H. w. d. a. s. s. b.

§. 141.

§. 141. *Coroll.* Om $a:b::c:d$, $e=f$, och $g=h$, så har sig $\frac{a}{e} \cdot \frac{b}{g} :: \frac{c}{f} \cdot \frac{d}{h}$.

§. 142. *Theor.* Om $a:b::c:d::e:f$, &c. så har sig $a+c+e$, &c. : $b+d+f$, &c. :: $a:b::c:d::e:f$. &c.

Demonstr. Efter $a:b::c:d$ (*per hyp.*), så har sig $a:c::b:d$ (§. 116). Nu har sig $a+c:a::b+d:b$ (§. 118), och $a+c:b+d::a:b$ (§. 116) :: $e:f$ (§. 110), hwarföre $a+c:e::b+d:f$ (§. 116), och $a+c+e:e::b+d+f:f$ (§. 118), eller $a+c+e:b+d+f::e:f$ (§. 116) :: $a:b::c:d$ (§. 110). H. s. b.

§. 143. *Theor.* Om $a=b$, och $c>d$, så är $\frac{a}{c} < \frac{b}{d}$.

Demonstr. Om $\frac{a}{c}=e$, och $\frac{b}{d}=f$, så är $ec=a$, och $fd=b$ (§. 106), sedan efter $a=b$ (*per hyp.*), så är $ec=fd$ (§. 92), hwarföre $\frac{ec}{ed}=\frac{fd}{ed}$ (§. 110), $=\frac{c}{d}=\frac{f}{e}$ (§. 113), och således $c:d::f:e$ (§. 106). Men $c>d$ (*per hyp.*), hwarföre $f>e$ eller $e<f$ (§. 57). H. s. b.

§. 144.

§. 144. *Def.* a : b säges wara större ration än c : d, om a innehåller flera gånger uti sig b, än c innehåller d; eller / om b innehålles flera gånger i a, än d uti c. Men c : d säges wara mindre ration än a : b, om c innehåller mindre gånger uti sig d, än a innehåller b; eller / om d innehålles mindre gånger uti c, än b uti a.

§. 145. *Coroll.* Om a : b > c : d (6 : 2 > 8 : 4), så är $\frac{a}{b}$ ($\frac{6}{2} = 3$) > $\frac{c}{d}$ ($\frac{8}{4} = 2$); men om c : d < a : b (8 : 4 < 6 : 2), så är $\frac{c}{d}$ ($\frac{8}{4} = 2$) < $\frac{a}{b}$ ($\frac{6}{2} = 3$), och twärt om (§. 104).

§. 146. *Theor.* Om a > b, och c = d, så har sig a : c > b : d, och c : a < d : b.

Demonstr. 1. Efter a > b, och c = d (*per hyp.*), så är $\frac{a}{c} > \frac{b}{d}$ (§. 136), hwarföre a : c > b : d (§. 145). H. w. d. e.

2. Efter c = d, och a > b (*per hyp.*), så är $\frac{c}{a} < \frac{d}{b}$ (§. 143), hwarföre c : a < d : b (§. 145). H. w. d. a. s. s. b.

§. 147. *Theor.* Om c = d, och a : c > b : d, så är a > b, och om c : a > d : b, så är a < b.

Demonstr. 1. Om $\frac{a}{c} = e$, och $\frac{b}{d} = f$, så är $ec = a$, och $fd = b$ (§. 106), hwarföre $\frac{ec}{fd} = \frac{a}{b}$ (§. 100), och efter $c = d$ (*per hyp.*), så är $\frac{ec}{fd} = \frac{e}{f}$ (§. 113) $= \frac{a}{b}$ (§. 92); så at $e:f :: a:b$ (§. 106). Nu är $e > f$ (*per hyp.*), hwarföre ock $a > b$ (§. 57). H. w. d. e.

2. Om $\frac{c}{a} = e$, och $\frac{d}{b} = f$, så är $ea = c$, och $fb = d$ (§. 106). Nu är $c = d$ (*per hyp.*), hwarföre $ea = fb$ (§. 92), och således $\frac{ea}{eb} = \frac{fb}{eb}$ (§. 100) $= \frac{a}{b} = \frac{f}{e}$ (§. 113), hwarföre $a:b :: f:e$ (§. 106). Men $f < e$ (*per hyp.*), hwarföre $a < b$ (§. 57). H. w. d. a. s. s. b.

§. 148. *Def.* En ratio $ac : bd$, säges wara af twänne/ $a:b$ och $c:d$, eller flera rationes sammansatt (*composita*), om des antecedens är en product af twänne eller flera antecedentes, och des consequens är en product af twänne eller flera consequentes. Men äro de rationes, utaf hwilka hon är sammansatt/ de samma/ så heter hon *multiplicata*, och i synnerhet kallas hon *duplicata*, $ac : bd$, när hon är sammansatt af twänne, $a:b :: c:d$; *triplicata*, $ace : bdf$, när hon är samman-

satt

satt af trenne, a : b :: c : d :: e : f, &c. rationes, som äro de samma.

§. 149. *Theor.* Om a:b::c:d, och e:f::g:h, så har sig ae:bf::cg:dh.

Demonstr. Efter a:b :: c:d, och e:f :: g:h (*per hyp.*), så har sig ae:bf :: ce:df, och ec:fd :: gc:hd (§. 139). Nu är ce = ec, df = fd, gc = cg och hd = dh (§. 128), hwarföre ae:bf :: cg:dh (§. 110). H. s. b.

§. 150. *Coroll.* Om a:b :: c:d, e:f :: g:h, och i:k :: l:m, så har sig ae:bf :: cg:dh, och aei:bfk :: cgl:dhm. På samma sätt följer ock, om det wore flera enahanda rationes, at de sammansatte hafwa sins emellan samma ration.

§. 151. *Theor.* Om a:b :: cd, så är ad = bc.

Demonstr. Efter a:b :: c:d (*per hyp.*), och d:c :: d:c (§. 106), så har sig ad:bc :: cd : dc (§. 149). Nu är cd = dc (§. 128), hwarföre ock ad = bc (§. 57). H. s. b.

§. 152. *Theor.* Om ad = bc, så har sig a:b :: c:d

Demonstr. Efter $ad = bc$ (*per hyp.*), så är $\frac{ad}{bd} = \frac{bc}{bd}$ (§. 100) $= \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ (§. 113), hwarföre $a:b :: c:d$ (§. 106). H. s. b.

§. 153. *Coroll.* Här af är klart, at om man af fyra quantiteter, finner at producten af den första och den fierde är jämlik med producten af den andra och den tredie, så äro de samma fyra quantiteterna proportionela.

§. 154. *Theor.* **En sammansatt *rations exponent* är jämlik med *producten* af de *rationers exponenter*, utaf hwilka hon är sammansatt.**

Demonstr. Om den första rations, $a:b$, exponent wore $= e$; den andras, $c:d$, exponent $= f$, så är $eb = a$, och $fd = c$ (§. 106). Nu är $ebfd = ac$ (§. 99) $= ef \times bd$ (§. 129), hwarföre är den sammansatta rations, $ac:bd$, exponent $= ef$ (§. 104). Och som det på samma sätt kan bewisas, om ration är sammansatt af flera än twänne rationes, så är det klart, som skulle bewisas.

§. 155. *Def.* En proportion kallas ouphörlig (*continua*), om den förra rationens consequens är jämlik eller den samma med den andra rationens antecedens, $a:b$

$:: b$

:: b:c, eller 2 : 4 :: 4 : 8; men särskild (*discreta*), om den förra rationens consequens är åtskillig med den andra rationens antecedens, a:b :: c:d, eller 2 : 4 :: 6 : 12.

§. 156. *Theor.* Om a, b, c, d &c. äro uti en ouphörlig *proportion*, så har a:c en *ratio duplicata*; a:d en *ratio triplicata*, *&c.* utaf a:b.

Demonstr. Efter a:b :: b:c (*per hyp.*), så har ab : bc en ratio duplicata af a:b §.148). Nu har sig ab : bc :: a:c (§. 133), hwarföre har a:c en ratio duplicata af a:b (§.110). Widare/efter a:b :: b:c :: c:d (*per hyp.*), så har abc : bcd en ratio triplicata af a:b (§.148). Men abc : bcd :: a:d (§. 133), hwarföre har a:d en ratio triplicata af a:b (§. 110). Och som på samma sätt kan bewisas/ at alt efter som quantiteterna förökas/ så tager ocksä ratio multiplicata til/ s. ä. d. k. s. s. b.

§. 157. *Def.* När ett tal är det andras aliquote-del/ så säges det mäta (*metiri*) det samma/ eller wara des mått (*mensura*). Om a tagit c gånger är jämlikt med b, näml. ac = b, så säges a mäta b.

§. 158. *Coroll.* Enheten mäter alla tal (§. 80).

§. 159. *Coroll.* Hwart och ett tal 1 gång tagit måter sig sielft (§. 111).

§. 160. *Def.* Ett tal / som allenast enheten måter / kallas det första eller osammansatt (*numerus primus*), såsom 3; men ett tal/ som förutan enheten / jämwäl mätes af andra tal kallas sammansatt (*numerus compositus*), såsom 12 / hwars mått äro 3 och 4.

§. 161. *Def.* När ett tal (2) måter särskilt twänne (8, 12) eller flera andra tal / så kallas det / de talens allmänna mått (*mensura communis*).

§. 162. *Def.* De tal kallas sins emellan de första eller osammansatta (*numeri primi inter se*) (4, 9), som förutan enheten hafwa intet något allmänt mått; men sins emellan sammansatte (*numeri compositi inter se*) (4, 10), som förutan enheten hafwa jämwäl andra allmänna mått (2).

§. 163. *Theor.* Talet a, som måter särskilt delarna/ b, c, d, &c. måter jämwäl det hela b + c + d &c.

Demonstr. Om a tagit e gånger måter b, f gånger tagit måter c, och g gånger måter d, så är a e = b, a f = c och a g = d (§. 157); så at a e + a f + a g = b + c + d (§. 95),

det

det är, a tagit $e+f+g$ gånger måter $b+c+d$ (§. 157). H. s. b.

§. 164. *Theor.* **Om talet a måter b, och b måter c, så måter a jämwål c.**

Demonstr. Om a tagit d gånger måter b, och b tagit tagit e gånger måter c, så är $ad = b$, och $be = c$ (§. 157), hwarföre $adbe = bc$ (§. 99), och $ade = c$ (§. 100), det är a tagit de gånger måter c (§. 157). H. s. b.

§. 165. *Theor.* **Om talet a måter b och c, så måter det jämwål $b-c$.**

Demonstr. Om a tagit d gånger måter b, och e gånger måter c, så är $ad = b$ och $ae = c$ (§. 157), hwarföre är $ad - ae = b - c$ (§. 97), det är a tagit $d-e$ gånger måter $b-c$ (§. 157). H. s. b.

§. 166. *Schol.* Til ex. i §. 163. Efter 2 måter 4 och 8, så måter det jämwål summan $12 = 4 + 8$; ty $2 \times 6 = 12$. Uti §. 164. Efter 2 måter 4, och 4 måter 12, så måter 2 jämwål 12. Uti §. 165. Efter 3 måter 15 och 9, så måter det ock deras rest $6 = 15 - 9$; ty $3 \times 2 = 6$.

§. 167. *Probl.* **När twänne tal, a och b, äro gifna, at finna deras största allmänna mått** (*maxima communis mensura, maximus communis divisor*), f.

Resol. 1. Man subtraherar det mindre talet b så många gånger man kan ifrån det större a, eller (som går fortare) dividerar a med b; och blifwer efter division intet öfwer, så är b det största allmänna måttet.

2. Men blifwer något öfwer, d, så divideras den första divisions divisor eller det gifna mindre talet b med den resten d.

3. Likaledes divideras den andra divisions divisor d, med den andra divisions rest f.

4. Om man på samma sätt widare far fort, och finner äntligen intet blifwa öfwer, så är den sista divisoren, det största allmänna måttet. Hwilket skulle finnas.

Til ex. Om det största allmänna måttet skulle sökas til $42 = a$ och $30 = b$.

Den 1 division.

$$a : b = 42 : 30 = 1$$
$$c = 30$$
$$d = 12$$

Den 2 division.

$$b : d = 30 : 12 = 2$$
$$e = 24$$
$$f = 6$$

Den 3 division.

$$d : f = 12 : 6 = 2$$
$$12$$
$$00$$

$$42 : 30 = 1$$
$$30$$
$$30 : 12 = 2$$
$$24$$
$$12 : 6 = 2$$
$$12$$
$$00$$

Så är $6 = f$ det största allmänna måttet.

Demonstr. Efter f mäter d (*per hyp.*), och d (i anledning af resolution) bör mäta e, så mäter f jämwäl e (§. 164). Nu mäter f också sig sielf (§. 159), hwarföre f mäter det hela b (§. 163). Men b (i anledning af resolution) bör mäta c, hwarföre ock f mäter c (§. 164). Widare efter f mäter d, som förr är sagt/ så mäter f jämwäl det hela a (§. 163), hwarföre f är ett allmänt mått til a och b.

Men at f är det största allmänna måttet/ bewiser man sålunda: om intet f skulle wara det största/ så wil man ponera ett annat tal g, om det är giörligit/ wara större än f. Efter g bör mäta b (*per hyp.*), och b mäter c (i anledning af resolution), så mäter g jämwäl c (§. 164). Widare bör också g mäta a (*per hyp.*), hwarföre g mäter resten d (§. 165). Men d mäter e (efter resolution), så at g mäter ock e (§. 164). Nu ponerade man at g skal mäta det hela b, hwarföre bör g jämwäl mäta resten f (§. 165), som ponerades wara mindre än g, hwilket/ som det är aldeles orimligit/ så är f det största allmänna måttet. H. s. b.

§. 168. *Probl.* **När ett bråk är gifwit/ at finna ett annat bråk/ som är** *reducerat* **til minsta tal/ som skie kan;**

men dock jämlikt eller af samma wärde med det förra.

Resol. Man söker til täljaren och nämnaren det största allmänna måttet (§. 167), och med det dividerar, så wäl täljaren som nämnaren, så wisa quotienterna det bråket, h. s. f.

Til ex. $\frac{ac : c = a}{bc : c = b}$. $\frac{30 : 6 = 5}{42 : 6 = 7}$.

Demonstr. Efter ac och bc divideras bägge med c, i anledning af resolution, så har sig $ac : bc :: \frac{ac}{c} = a : \frac{bc}{c} = b$ (§. 135) och således $\frac{ac}{bc} = \frac{a}{b}$. (§. 106). Sedan efter c i anledning af resol. är det största allmänna måttet, så reduceras $\frac{ac}{bc}$ derigenom til minsta tal som skie kan. H. s. b.

§. 169. *Coroll.* När både täljaren och nämnaren lyktas på noll, så kan man sluta ut lika många, så wäl af den ena som af den andra, det är, dividera dem bägge med 10, 100, 1000, &c.

Til ex. $\frac{15000}{210000} = \frac{15}{210} = \frac{1}{14}$.

§. 170. *Schol.* Ibland händer, när man wil reducera ett bråk til mindre tal, och man söker täljarens och nämnarens största allmänna mått, at man efter ett continutinuerligt dividerande kommer på slutet til enheten/ hwilken gifwer tilkiänna/ at bråket intet kan blifwa jämlikt förminskadt/ utan at tåljaren och nämnaren äro sins emellan primi (§. 162). I sådan händelse/ särdeles/ när bråket är exprimerat i stora tal/ och sielfwa saken/ som bråket betyder/ så tillåter/ kan man utan märkeliget fel i practiquen giöra antingen tåljaren eller nämnaren/ eller ock dem bägge 1 mer eller mindre/ och sedan dem reducera, så wida det är giörligit. Til ex. om man hore $\frac{2561}{12288}$ af ett öre/ så kan man i des ställe sätta $\frac{2560}{12288}$ $= \frac{5}{24}$ öre/ eller 5 penningar/ hwilket är allenast $\frac{1}{12288}$ öre större än det bör wara/ och i anseende til ett öre är så godt som intet.

§. 171. *Probl.* När twänne bråk äro gifna/ at finna twänne andra bråk/ som med dem äro jämlika och hafwa samma eller jämlika nämnare.

Resol. 1. Cas. Om de gifna bråkens nämnare äro sins emellan primi, så multipliceras hwart och ett bråks tåljare och nämnare med det andra bråkets nämnare. S. ä. d. g. s. b.

Til ex. Om $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$ och $\frac{c}{d} = \frac{3}{4}$ så är

$$\frac{ad}{bd} = \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{8}{12} \text{ och } \frac{cb}{db} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{9}{12}$$

2. Cas. Om de gifna bråkens nämnare äro sins emellan compositi, så reducerar man dem til minsta tal/ som skie kan (§. 168)/ och sedan

sedan multiplicerar hwart och ett bråks täljare och nämnare med det andra bråkets nämnares minsta reducerade tal. S. å. d. g. s. b.

Til ex. Om $\frac{a}{b} = \frac{5}{8}$, $\frac{c}{d} = \frac{7}{12}$, $\frac{b}{g} = \frac{8}{4} = e = 2$, och $\frac{d}{g} = \frac{12}{4} = f = 3$, så är $\frac{af}{bf} = \frac{5 \times 3}{8 \times 3} = \frac{15}{24}$ och $\frac{ce}{de} = \frac{7 \times 2}{12 \times 2} = \frac{14}{24}$.

Demonstr. 1. *Cas.* I anledning af resolution, så multipliceras a och b med d, hwarföre $ad : bd :: a : b$ (§. 133), och $\frac{ad}{bd} = \frac{a}{b}$ (§. 106). Lika så efter resolution så multipliceras c och d med b, hwarföre $cb : db :: c : d$ (§. 133), och $\frac{cb}{db} = \frac{c}{d}$ (§. 106). Sedan är $bd = db$ (§. 128). Och således äro de fundna bråken med de förra jämlika och deßutan hafwa jämlika nämnare. H. s. b.

Demonstr. 2. *Cas.* I anledning af resolution, så multipliceras a och b med f, hwarföre $af : bf :: a : b$ (§. 133), och $\frac{af}{bf} = \frac{a}{b}$ (§. 106). Likaledes efter resolution, så multipliceras c och d med e, hwarföre $ce : de :: c : d$ (§. 133), och $\frac{ce}{de} = \frac{c}{d}$ (§. 106). Sedan van/ efter både b och d efter resolution divideras med g, så har sig b : d :: e : f (§.135), hwarföre bf = de (§. 151). Och således äro de upsökta bråken sins emellan jämlika/ såsom ock hafwa jämlika nämnare. H. s. b.

§. 172. *Probl.* At *addera* bråk.

Resol. 1. Man adderar de gifna bråkens täljare/ och dividerar summan med deras allmänna nämnare.

2. Men skulle de gifna bråken/ hafwa åtskilliga nämnare/ så reduceras de först til samma nämnare (§.171)/ och sedan adderas. S. å. d. g. s. b. $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$.

Demonstr. Om a och c divideras med b, så har sig $\frac{a}{b} : \frac{c}{b}$ :: a : c (§. 135), och således $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} : \frac{c}{b}$ :: a + c : c (§. 118) :: $\frac{a+c}{b} : \frac{c}{b}$ (§. 135), hwarföre efter $\frac{c}{b} = \frac{c}{b}$ (§.32), så är $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$ (§. 127). H. s. b.

§. 173. *Schol.* I allmänt bruk hör man intet mycket talas om bråk/ utan man har i des ställe gifwit nämnarena sina wißa namn/ til ex. $\frac{1}{32}$ daler/ kallar man 1 öre/ $\frac{1}{24}$ öre kallar man

1 pen=

1 penning/ och så widare i andra saker; hwarutaf man finner lätteligen at/ til ex. $\frac{3}{32} + \frac{6}{32} = \frac{9}{32}$/ det är/ 3 öre + 6 öre = 9 öre; efter deras nämnare hafwa samma namn eller betyda samma slag. Men hafwa twänne bråk åtskilliga nämnare/ til ex. $\frac{3}{32}$ daler och $\frac{5}{8}$ daler/ så måste de reduceras til samma nämnare/ näml. til $\frac{3}{32}$ och $\frac{20}{32}$/ hwilka tilhopa adderade giöra $\frac{23}{32}$ daler eller 23 öre.

§. 174. *Schol.* Skulle man wille addera $\frac{1}{4}$/ $\frac{5}{6}$ och $\frac{7}{8}$/ så adderar man twänne i sönder/ näml. $\frac{1}{4} + \frac{5}{6} = \frac{3}{12} + \frac{10}{12} = \frac{13}{12}$/ sedan $\frac{13}{12} + \frac{7}{8} = \frac{26}{24} + \frac{21}{24} = \frac{47}{24} = 1\frac{23}{24}$. Och således far man widare fort/ om bråken wore ännu flera.

§. 175. *Probl.* At *subtrahera* ett mindre bråk ifrån ett större.

Resol. 1. Man subtraherar de gifna bråkens täljare ifrån hwarandra/ och dividerar resten med deras allmänna nämnare.

2. Men skulle de gifna bråken hafwa åtskilliga nämnare/ så giöras de först til samma nämnare (§. 171)/ och sedan subtraheras. S. å. d. g. s. b.

Til

Til ex. $\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$. $\frac{7}{32} - \frac{3}{32} = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$. $\frac{7}{8} - \frac{9}{16} = \frac{14}{16} - \frac{9}{16} = \frac{5}{16}$.

Demonstr. Om a och c divideras med b, så har sig $\frac{a}{b} : \frac{c}{b} :: a : c$ (§. 135), och således $\frac{a}{b} - \frac{c}{b} : \frac{c}{b} :: a - c : c$ (§. 119) :: $\frac{a-c}{b} : \frac{c}{b}$ (§. 135), hwarföre efter $\frac{c}{b} = \frac{c}{b}$ (§. 32), så är $\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$ (§ 127). H. s. b.

§. 176. *Probl.* At *multiplicera* bråk med bråk.

Resol. Man multiplicerar de gifna bråkens täljare tilsammans / så får man den sökta productens täljare / sedan multiplicerar man tilsammans nämnarena / så får man den sökta productens nämnare.

Til ex. $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$. $\frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$.

Demonstr. Om $\frac{a}{b} = e$, och $\frac{c}{d} = f$, så är $eb = a$ och $fd = c$ (§. 72), hwarföre $ebfd = ac$ (§. 99), och således $\frac{ebfd}{bd} = ef$ (§. 131) $= \frac{ac}{bd}$ (§. 100). H. s. b.

§. 177. *Schol.* När uti multiplication med bråk, man finner det ena bråkets täljare och det andras nämnare wara sins emellan sammansatte eller compositi, så är det wigare i practiquen at reducera dem til minsta tal, som ske kan (§. 168), förr än man multiplicerar, så slipper man sedan reducera producten. Til ex. uti $\frac{6}{7}$ och $\frac{5}{8}$, kan man reducera 6 och 8 til 3 och 4, så at man har $\frac{3}{7} \times \frac{5}{4} = \frac{15}{28}$, i stället för man skulle få eljest $\frac{30}{56}$; ty $6 \times 5 = 5 \times 6$ och $7 \times 8 = 8 \times 7$ (§. 128), hwarföre $\frac{6}{7} \times \frac{5}{8} = \frac{5}{7} \times \frac{6}{8}$ eller $\frac{3}{4}$ (§. 168). Lika så $\frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{4} \times \frac{3}{3} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{1} = \frac{1}{2}$.

§. 178. *Probl.* At *dividera* bråk med bråk.

Resol. Man multiplicerar dividendi täljare med divisorens nämnare, så får man den sökta quotientens täljare, sedan multiplicerar man dividendi nämnare med divisorens täljare, så får man den åstundade quotientens nämnare.

Til ex. $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}$. $\frac{3}{5} : \frac{2}{3} = \frac{9}{10} = \frac{3 \times 3}{5 \times 2}$.

Demon-

Demonstr. Efter $\frac{a}{b}$ dividerat med $\frac{c}{d}$ är jämlikt med $\frac{ad}{bd}$ dividerat med $\frac{bc}{bd}$ (§. 171), och $bd = bd$ (§. 32), så har sig $\frac{ad}{bd} : \frac{bc}{bd} :: ad : bc$ (§. 135) $:: \frac{a}{b} : \frac{c}{d}$ (§. 110), hwarföre $\frac{a}{b}$ dividerat med $\frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}$ (§. 106). H. s. b.

§. 179. *Schol.* Efter bråkens division skier igenom multiplication, allenast man wänder upp och ner på divisoren, så är klart/ at man kan bruka här samma compendium som är anfördt i §. 177/ nämligen/ at man reducerar antingen bägge täljarena/ eller bägge nämnarena. Til ex. Om $\frac{3}{8}$ skal divideras med $\frac{5}{6}$/ så är det lika mycket/ som man skulle multiplicera $\frac{3}{8}$ med $\frac{6}{5}$/ och således när man reducerar 8 och 6/ til 4 och 3/ så blifwer $\frac{3}{8} \times \frac{6}{5} = \frac{3}{4} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{20}$/ i stället för man eljest skulle få $\frac{18}{40}$.

§. 180. *Schol.* Uti alla deßa operationer med bråken/ har jag allenast haft anseende der på/ at de äro quotienter (§. 75)/ och således/ alt hwad som är bewist om bråken/ det kan jämwäl appliceras på alla quotienter i gemen/ så wäl när dividendus är mindre än divisor, som när han är större/ til ex. $\frac{4}{3}$/ som eljest kallas en *fractio impropria*; efter det är intet något rätt bråk/ utan bör skrifwas/ $1\frac{1}{3}$. Hwarföre om bråk komma at subtraheras ifrån hela tal/ eller skola multipliceras och divideras med hela tal/ så kan man altid giöra de hela talen til quotienter, i det man dividerar dem med enheten; efter/

til ex. enheten innehålles 3 gånger i 3/ 4 gånger i 4/ &c. (§. 22)/ eller $\frac{3}{1} = 3$/ $\frac{4}{1} = 4$/ &c. (§. 72); och sedan opererar med dem/ på samma sätt som det är twist om bråk eller quotienter. Til ex. om $\frac{2}{3}$ skal subtraheras från 2/ så är $\frac{2}{1} - \frac{2}{3} = \frac{6}{3} - \frac{2}{3} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$ (§. 175). Om 3 skal multipliceras med $\frac{4}{5}$/ så är $\frac{3}{1} \times \frac{4}{5} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$ (§. 176). Om $\frac{3}{7}$ skal divideras med 5/ så är $\frac{3}{7} : \frac{5}{1} = \frac{3}{35}$.

§. 181. *Schol.* Efter det hela kan delas i oändeligen många delar/ så kommer man i räkningar ibland at få bråk af bråk/ det är delar af delar/ til ex om man tager 1 daler för ett helt/ och man tager derutaf en half daler/ så är det ett simpelt bråk; men skulle man åter af denna halfwa dalern ännu taga en fierdedel/ och så widare/ så är denna fierdedelen af halfwa dalern/ eller $\frac{1}{4}$ af $\frac{1}{2}$ daler/ ett bråk af bråk/ som giöres til ett simpelt bråk/ om det warder tilsammans multipliceradt; efter/ at taga en fierdedel af en half/ är intet annat än taga en half en fierdedels gång/ eller multiplicera en half med en fierdedel: ty/ når multiplicanten är ett bråk/ så tages multiplicandus altid mindre än en hel gång/ och således måtte producten blifwa mindre än multiplicandus, efter multiplicandus blifwer delat i så många delar/ som multiplicans befaller. Lika så/ om man af 1 daler tager fem ottonde delar/ så är det ett simpelt bråk/ tager man åter trefierdedelar af deßa fem ottondedelar/ och sedan tager twå femtedelar af deßa fem ottondedelar/ så är $\frac{2}{5}$ af $\frac{3}{4}$ af $\frac{5}{8}$ af 1 daler $= \frac{3}{16} = \frac{6}{32} = \frac{3 \times 2}{16 \times 2}$ (§. 133)/ eller 6 öre.

§. 182.

§. 182. *Probl.* At *addera summor*, som innehålla åtskilliga slag.

Resol. 1. Man sätter de talen som betyda samma slag under hwarandra/ och begynner på at addera det minsta af de gifna slagen.

2. Om det minsta slagets summa är större än 1 helt af det närmaste större slaget/ så ser man til huru många gånger det närmaste större slaget deruti innehålles/ eller man dividerar den summan med så många delar af det mindre slaget/ som tilsammans giöra 1 helt af det närmaste större.

3. Den fundna quotienten adderas til det närmaste större slaget/ och om det efter division blifwer något öfwer/ så sättes resten under sitt egit slag.

4. På samma sätt far man widare fort från det ena slaget til det andra/ til des alt blir ändat. S. å. d. g. s. b.

§. 183. *Schol.* Man ser klart/ at addera tal af åtskilliga slag/ är så mycket som addera summor, hwilka äro sammansatte af hela/ bråk/ och bråk af bråk/ hwars nämnare hafwa fådt sina wißa namn/ til ex. om följande slag skola adderas:

Daler.	Öre.	Penningar.
3 +	28 +	20
4	29	21
5	30	22
6	31	23
21 +	25 +	14

Sedan

Sedan man satt penningar under penningar / ören under ören / och daler under daler / så begynner man at addera penningarna / och finner deras summa wara 86; men efter man intet brukar säga 86 penningar: ty 24 penningar giöra 1 öre / så divideras 86 med 24 / så wisar quotienten at 24 innehålles i 86 / 3 gånger / och ändå 14 öfwer / det är / at 86 penningar äro 3 öre och 14 penningar. Hwarföre sätter man de 14 penningar under de gifna penningarna; men 3 öre adderas til de andra örena / som äro det närmaste större slaget / så at hela deras summa blifwer 121 öre / hwilka dividerade med 32 (efter 32 ören giöra 1 daler) giöra 3 daler och 25 öre: desza 25 öre sätter man under örenas column, och til dalernas column lägger man 3 daler / så at hela deras summa blifwer 21 daler / och således hela summan 21 daler / 25 öre och 14 penningar.

§. 184. *Probl.* At *subtrahera summor* af åtskilliga slag.

Resol. 1. Man sätter samma slag under hwarandra / och begynner at subtrahera af det minsta slaget / sättiande hwar rest under sitt slag.

2. Men skulle subtrahendus wara större än minendus, så måste man låna 1 helt af det närmaste större slaget / at det således blifwer 1 mindre / och resolvera det hela lånta större slaget i så många delar / som de tilsammans giöra det mindre / och dem addera til det mindre slaget / hwarifrån man sedan kan subtrahera. S. å. d. g. s. b.

§. 185.

§. 185. *Schol.* Om man til ex. wille subtrahera följande summor ifrån hwarandra:

Dag.	Tim.	Min.	Sec.
4 +	0 +	32 +	48
2	23	41	57
1 +	0 +	50 +	51

Man begynner at subtrahera secunderna; men som man intet kan ifrån 48 sec. subtrahera 57 sec., så måste man låna 1 helt ifrån det närmaste större slaget, näml. minuterna, under hwilka man sätter en punct, som beteknar at de äro 1 mindre, näml. 31. Och som 1 minut fördelas i 60 secunder, så läggas 60 til 48, som giöra 108 sec., ifrån hwilka 57 subtraherade lämna resten 51 sec. Sedan går man til minuterna, och finner at man ifrån 31 min. intet kan subtrahera 41 min., hwarföre måste man låna 1 helt af det närmaste större slaget, som är 1 timma; men som uti timmarnas rum står 0, så måste man gå til dagarna, och låna 1 dag eller dygn, som har 24 timmar, hwarutaf man lämnar 23 timmar i timmarnas rum i stället för 0, och 1 timma eller 60 minuter adderar til 31 minuter, och ifrån summan 91 min. subtraherar 41 min., så at resten blifwer 50 min. Widare går man til timmarna och säger 23 – 23 = 0, så at det resterar ingen timma. Sist 3 dagar – 2 dagar = 1 dag, hwarföre hela resten blifwer 1 dag, 50 minuter och 51 secunder.

§. 186. *Probl.* At *multiplicera* en *summa* af åtskilliga slag med ett gifwit tal.

Resol. 1. Man multiplicerar särskilt alla slagen med det gifna talet.

 2. Skulle

2. Skulle producterna wara större än 1 helt af det närmaste större slaget/ så divideras de med ett helt af det större slaget resolverat i det mindres delar/ och quotienterna adderas til sina slag/ samt resterna sättas under sina slag af samma namn. S. å. d. g. s. b.

§. 187. *Schol.* Til ex. Om 9 Skeppund/ 12 Lispund och 14 marker skulle multipliceras med 7.

Skepp.	Lisp.	Mark.
9 +	12 +	14
7	7	7
67 +	8 +	18

Man begynner antingen af Skeppund eller marker at multiplicera. 14 × 7 = 98/ 12 × 7 = 84/ och 9 × 7 = 63/ så at man har 63 Skepp. 64 Lisp. och 98 marker; men som 20 marker giöra 1 Lispund/ så divideras 98 med 20/ så får man 4 lispund och 18 marker: 18 markerna sättas qwar i sitt rum/ men 4 lispunden adderas til 84 lispund/ och summan 88 lispund/ dividerar man med 20/ efter 20 Lispund giöra 1 Skeppund/ så at man får 4 Skeppund och 8 lispund: 8 Lispunden sättas i sitt rum/ och 4 Skeppund adderas til 63 Skeppund; så at hela producten blifwer 67 Skepp. 8 Lisp. och 18 marker.

§. 188. *Probl.* At *dividera* en summa af åtskilliga slag med ett gifwit tal.

Resol. 1. Man reducerar alla slagen til det minsta/ som skier på det sättet/ at man multiplicerar det största slaget med 1 helt resolsolverat i det närmaste mindre slagets delar/ och adderar producten til det närmaste mindre slaget: den summan reduceras åter på samma sätt til det närmaste mindre slaget/ och så widare/ til des man kommer til det minsta slaget.

2. Detta således reducerade talet/ divideras med det gifna talet/ så blifwer quotienten exprimerad i det minsta slaget.

3. Men skulle denna quotienten wara större än 1 heit af det närmaste större slaget/ så divideras han med 1 helt af det närmaste större slaget resolverat i det mindres delar: skulle åter den quotienten wara större än 1 helt af det närmaste större slaget/ så förfares der med på samma sätt/ och så widare til des man kommer til en quotient, som wisar det största slaget/ hwilken tillika med resterna af de förra divisionerna giör hela den sökta quotienten.

§ 189. *Schol.* Til ex. om man wille dividera 7 tunnor/ 3 fierdingar och 3 kannor med 4/ så multiplicerar man först 7 tunnor med 8/ efter 1 tunna i torra waror innehåller 8 fiärdingar/ så blifwer producten 56/ til hwilka man adderar de gifna 3 fiärdingarna/ så har man 59 fiärd. hwilka man åter multiplicerar med 7/ efter 7 kannor innehållas uti 1 fiärding/ så at producten blifwer 413 kannor/ til hwilka man adderar de 3 gifna kannorna/ så at man har 416 kannor/ som är jämlik med den gifna summan

man reducerad til minsta slaget. Deßa 416 kannor dividerade med 4 giöra wäl 104 kannor; men som 7 kannor giöra 1 fiärding/ så divideras 104 med 7/ at man får i quotienten 14 fiärdingar och 6 kannor: 14 åter dividerade med 8/ giöra 1 tunna och 6 fiärd. så at hela den sökta quotienten blifwer 1 tunna/ 6 fiärdingar och 6 kannor.

		Kan.	Fiärd. Tun.
7 Tunnor	416 : 4 =	104 : 7 =	14 : 8 = 1
8	4..	7	8
56	16	34	6 fiärd.
3	16	28	
59 fiärd.	00	6 kannor.	
7			
413			
3			
416 kannor.			

§. 190. *Def.* Om 1 helt delas i 10 jämlika delar: $\frac{1}{10}$ åter delas i 10 andra delar/ så at det hela derigenom delas i 100 delar: $\frac{1}{100}$ delas jämwäl i 10 delar/ så at det hela delas derigenom uti 1000 delar: $\frac{1}{1000}$ delas ock i 10 delar/ så at det hela delas derigenom i 10000 delar/ och så widare oändeligen (*in infinitum*), så kallas sådana delar/ decimalbråk (*fractiones decimales*).

§. 191.

§. 191. *Coroll.* Efter deßa decimal-bråk taga continuerligen utaf, eller blifwa alt mindre och mindre i en tijofaldig ration, åfwen som hela tal taga til, eller blifwa alt större och större uti samma ration, så kan en summa af decimal-bråk strax reduceras til det minsta slaget, eller til samma nämnare med det minsta bråket, om alla täljarena sättas tilsammans, och det minsta bråkets nämnare sättas der inunder, til ex. $\frac{2}{10} + \frac{3}{100} + \frac{5}{1000} = \frac{235}{1000}$; ty när 235 ställas tilsammans, så är 3 tijo gånger större än 5, eller 5 tijo gånger mindre än 3, och 2 tijo gånger större än 3, eller 3 tijo gånger mindre än 2 (§. 26); och således, efter 5 är tusende delar, så måtte 3 wara hundrade delar, och 2 wara tijonde delar.

§. 192. *Hyp.* I anledning här af, brukar man at skrifwa deßa decimal-bråk, på det sättet, at man sluter ut deras nämnare, och skrifwer allenast täljarena, men skiljer dem från de hela talen, med en punct eller comma; så at de täljare, som stå i första rummet på högra handen, om hela talen, betyda tijonde delar, uti andra rummet från wänster til höger bemärka hundrade delar, i tredie rummet, tusende delar, &c. men de rum som intet åga något decimal-bråk fyllas upp med noll. Til exempel: $4567 + \frac{8}{10} + \frac{9}{100} + \frac{1}{10000} + \frac{2}{100000} + \frac{3}{1000000}$ skrifwas således: 4567,890123.

§. 193. *Schol.* Somliga bruka at kalla tijondedelar / Primer, och beteckna dem med I: hundradedelar kalla Secunder, och dem beteckna med II: tusendedelar / Tertier, och dem bemärka med III, &c. så at det ofwanstående talet

I II III IV V VI VI

skrifwes således: 4567 8 9 0 1 2 3 eller 4567890123.

§. 194. *Probl.* At *addera* och *subtrahera decimal*-bråk.

Resol. Man sätter de gifna decimal-bråken under hwarandra / så at tijondedelar komma at stå under tijondedelar / hundradedelar under hundradedelar / &c. upfyllandes de toma rummen med noll, och sedan adderar eller subtraherar dem såsom hela tal (§§. 39. 49). S. å. d. g. s. b.

Til exempel:

$$\begin{array}{r} 3,05000 \\ 43,48967 \\ 0,90260 \\ \hline 47,44227 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 23,0340 \\ 4,5678 \\ \hline 18,4662 \end{array}$$

så at $3,05 + 43,48967 + 0,9026 = 47,44227$, och $23,034 - 4,5678 = 18,4662$.

§. 195. *Probl.* At *multiplicera* och *dividera decimal*-bråk.

Resol. Antingen factores eller dividendus och divisor allenast äro decimal-bråk / eller de äro blandade med hela tal / så multipliceras eller divideras de allasammans som de wore hela tal (§§. 62. 81) / och uti producten, från höger til wänster räknar man så många rum för decimal-bråken / som summan är af decimal bråkens rum i bägge factorerna; men i quotienten blifwa så många rum för decimal-bråken, som differencen är emellan dividendi och divisorens decimal-bråks rum. S. å. d. g. s. b.

Til exempel:

```
                 19,320:5,6 = 3,45
   3,45          168..                       ,00468:,02=,234
    5,6           252                             4..
  ------          224                            ----
  2070           ------         ,234               6
 1725              280           ,02               6
  ------           280         --------          ----
 19,320          ------        ,00468              8
                   000                             8
                                                 ----
                                                   0
```

Demonstr. 1. Ty / til ex. $3,45 \times 5,6 = 3\frac{45}{100} \times 5\frac{6}{10}$ (§. 192) $= \frac{300}{100} + \frac{45}{100} = \frac{245}{100} \times \frac{50}{10}$

$\times \frac{50}{10} + \frac{6}{10} = \frac{55}{10} = \frac{19320}{1000}$ (§.176) $= 19\frac{320}{1000}$ (§. 89) $= 19,320$ (§.192). På samma sätt kan bewisas, hwad exempel man hälst tager, at decimal-bråkens rum äro så många til räknandes från höger til wänster i producten, som summan är af deras rum i bägge factorerna. H. w. d. e.

2. Efter producten af quotienten och divisoren är jämlik med dividendus (§. 71), så måste summan af decimal-bråkens rum i quotienten och divisoren wara jämlik med dividendi decimal-bråks rum (*per demonstr.*); och således om man subtraherar divisorens decimal-bråks rum ifrån dividendi decimal-bråks rum, så måste resten wisa huru många rum man bör räkna från höger til wänster uti quotienten för decimal-bråken (§.46). H. w. d. a. s. s. b.

§. 196. *Probl.* **När tre *quantiteter* a, b, c äro gifna, at finna den fierde d, til hwilken c har samma *ration*, som a til b.**

Resol. Om den andra multipliceras med den tredie, och producten divideras med den första, så wisar quotienten den fierde. H. s. f.

$\frac{bc}{a} = d.$

Demonstr.

Demonstr. Ty $bc = ad$ (§. 151), hwarföre måtte $\frac{bc}{a} = \frac{ad}{a}$ (§. 100) $= d$ (§. 131). H. s. b.

§. 197. *Schol.* Resolution på detta problema kallas gemenligen *Regula de Tri*, eller *Regula Trium*, såsom ock *Regula aurea*, eller gyllende Regeln, för sin stora nytta i allmänt bruk/ dårest hon blifwer applicerad til alla ting som åro proportionela.

§. 198. *Coroll.* Hår af följer/ at til ett gifwit bråk/ kan finnas en tåljare til ett annat jåmlikt bråk/ hwars nåmnare år gifwen/ om man til de tre gifna talen/ nåmligen det gifna bråkets nåmnare/ des tåljare och det sökta bråkets gifna nåmnare/ söker det fierde proportional-talet/ som år det sökta bråkets tåljare; ty når $a : b :: c : d$, så år $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ (§. 106).

§. 199. *Schol.* Om man wille/ til exempel, weta huru många ören gå på $\frac{3}{8}$ daler/ det år/ om man til $\frac{3}{8}$ wil finna en tåljare af ett bråk hwars nåmnare år 32/ så har sig $8 : 3 :: 32 : \frac{96}{8} = 12$/ at således $\frac{3}{8} = \frac{12}{32}$ eller 12 öre.

§. 200. *Schol.* Skulle man willa weta huru mycket $\frac{3}{8}$ daler giöra i decimal-bråk/ så tages nåmnaren 10. 100. 1000. 10000. &c, nåml. $\frac{3000}{8} = 375$/ så at $\frac{3}{8} = \frac{375}{1000}$ $= 0{,}375$ (§. 192); men skulle man få ett sådant bråk/ som antingen aldeles intet/ eller intet utan en lång opera-

tion

tion, kan exprimeras i decimal-bråk / så kan man continuera operation så långe / til des / at det som blifwer öfrigit / är så litet i anseende til det hela / at det utan märkeligit fel kan utslutas / såsom til ex. 1 penning eller $\frac{1}{24}$ öre = 0,041666, &c.

§. 201. *Probl.* När *Regula de Tri* *appliceras* til wissa saker och omständigheter / at rätt upställa de tre gifna talen / och således finna det fierde *proportional*-talet.

Resol. och *Demonstr.* 1. Efter man söker det fierde talet uti en proportion (*per hyp.*), så sätter man upp dessa tekn (§. 59): ⁚ ∷ ⁚

2. Efter de tal hafwa allenast ration sins emellan som äro af samma slag (§. 16) / så bör det talet / som ställes i tredie rummet / eller som giöres til antecedens uti den andra ration, wara af samma slag med det talet som sökes / hwilket är consequens til den andra ration.

3. Men de andra bägge gifna talen af samma slag / komma at stå i första och andra rummet / eller blifwa antecedens och consequens til den förra ration: utaf hwilka det större talet sättes i andra rummet / och det mindre i det första / om man finner af sakens

om-

omständigheter at det fierde som sökes bör blifwa större än det tredie; men om det fierde som sökes bör blifwa mindre än det tredie/ så sättes det mindre talet i andra rummet och det större i det första (§. 57). Så är det giordt och bewist som begärtes.

§. 201. *Schol.* Til ex. efter waror äro proportionela emot deras wärde i penningar/ så wille man weta när 9 alnar utaf någon wara kåsta 15 daler/ huru mycket kåstar då 11 alnar? hwarföre sedan man satt upp teknen : :: :/ så sätter man i tredie rummet det talet som är af samma slag med det som sökes/ hwilket man kan finna af frågan/ huru mycket? näml. penningar; hwarföre 15 daler kommer at stå i tredie rummet (: :: 15 :); men de bägge talen som betyda alnar/ ställas i första och andra rummet/ utaf hwilka det större talet 11 bör stå i andra rummet/ efter 11 alnar kåsta mera än 9 alnar/ och således bör det fierde talet hafwa flera daler än det tredie/ så at de tre gifna talen ställas således: 9 : 11 :: 15 :/ eller 3 : 11 :: 5 :/ när man dividerat den första 9 och den tredie 15 med det allmänna största måttet 3 (§. 140)/ hwilka compendier eller ginwägar/ och flera dylika man kallar praxis Italica, efter Italienerna

nerna hafwa mästadelen sådana practiquer upfunnit och först brukat. När man således upstält de 3 gifna talen, så söker man igen det fierde (§. 196), som blifwer $18\frac{1}{3}$ daler, eller 18 daler, 10 öre och 16 penningar (§. 198).

§. 203. *Schol.* Til ex. om man wiste af förfarenheten at en bok kunde läsas ut på 15 dagar, när man läste uti henne 2 timmar hwar dag, och man wille weta på huru många dagar samma bok kunde utläsas, när man läste uti henne 6 timmar hwar dag. Efter man nu söker dagar, som frågan, huru många dagar? gifwer tilkiänna, så ställes 15 i tredie rummet (: :: 15 :), och de gifna timmarna i första och andra rummet, utaf hwilka det mindre talet 2 bör stå i andra rummet; ty man kan finna förut af sakens omständighet, at det fierde talet som sökes, bör blifwa mindre än det tredie, efter när man hinner läsa ut boken i 15 dagar på 2 timmar om dagen, så måtte man kunna läsa ut henne på mindre dagar, eller på kortare tid, när man läser uti henne 6 timmar om dagen: kommer altså de 3 gifna talen at stå således: 6 : 2 :: 15 : eller 3 : 1 :: 15 : (§. 135) eller 1 : 1 :: 5 : (§. 140), hwarföre man strax finner det fierde talet wara 5 (§. 57), så at man kan läsa ut boken på 5

dagar,

dagar/ när man läser 6 timmar om dagen. På detta sättet finner man wara onödigt at distinguera emellan *Regula de Tri directa* och *indirecta* eller *inversa*.

§. 204. *Schol.* Om til ex. man wille weta/ när 100 daler gifwa 6 daler uti interesse på 12 månader/ huru mycket interesse gifwa 300 daler på 9 månader? Efter interesse sökes/ så kommer 6 daler at stå i tredie rummet; men efter det fierde/ som sökes/ måste så wäl proportioneras efter det gifna Capitalet 300 daler/ som efter tiden/ 9 månader/ så kommer man i sådan händelse at bruka Regula de Tri twänne gånger/ då hon kallas *Regula dupla, composita* eller *de quinque*. Hwarföre sluter man ut den ena omständigheten/ til ex. tiden/ och begynner med Capitalen, utaf hwilka man sätter det större Capitalet i andra rummet; ty det fierde talet måste blifwa större än det tredie; efter det belöper sig större interesse på 300/ än på 100 daler/ när man har anseende på samma tid; så at de 3 talen således stälta: 100 : 300 :: 6 : eller 1 : 3 :: 6 : (§. 135)/ wisa det fierde talet wara 18 daler/ som är 300 dalers interesse på 12 månader; men som detta interesse bör ändras i anseende til de gifna månaderna/ så ställer man detta fundna interesset af 18 daler i tredie rummet / och efter man på 9 månader får mindre interesse än 12 månader / så bör det sökta interesset blifwa mindre / och således bör 9 stå i andra rummet / och 12 i det första / hwarföre 12 : 9 :: 18 : eller 2 : 9 :: 3 : (§. 140) gifwa det fierde talet $13\frac{1}{2}$ / eller det sökta interesset wara 13 daler och 16 öre. Man kan ock betiena sig allenast en gång af Regula de Tri, på det sättet / at man multiplicerar capitalen med månaderna; ty 12 × 100 = 1200 daler / kasta samma interesse af sig på 1 månad / som 100 daler på 12 månader / och 9 × 300 = 2700 daler / kasta så stort interesse af sig på 1 månad / som 300 daler på 9 månader / hwarföre när man således har anseende på samma tid / så kommer det sökta interesset allenast at proportioneras efter capitalen, nämligen 1200 : 2700 :: 6 : eller 4 : 9 :: 6 : (§. 135) eller 2 : 9 :: 3 : (§. 140); så at interesset blifwer lika som tilförende 13 daler och 16 öre.

§. 205. *Schol.* Om man wille weta / til ex. när 5 arbetare giöra 15 famnar på 8 dagar / då de arbeta 9 timmar om dagen / huru många famnar 12 arbetare kunna giöra på 6 dagar när de arbeta 11 timmar hwar dag?

Ef-

Efter famnar sökes / så sättas de 15 famnarna i tredie rummet / och efter all ändring / som skier med de arbetade famnarna / dependerar af Arbetskarlarnas / dagarnas och timmarnas myckenhet / så måste man nu bruka Regula de Tri tre gånger. Hwarföre wil man begynna med Arbetarena / och efter 12 kunna mera arbeta än 5 / så säger man 5 : 12 :: 15 : eller 1 : 12 :: 3 : 36 (§. 140) / så at man då får 36 famnar / som 12 arbetare kunna giöra på 8 dagars tid / när de arbeta 9 timmar om dagen. Hwarföre sätter man åter 36 i tredie rummet / seendes efter hwad ändring dagarna kunna giöra der uti : och efter Arbetarena giöra mindre famnar på 6 dagar än på 8 dagar / så säger man 8 : 6 :: 36 : eller 2 : 6 :: 9 : (§. 140) / eller 1 : 3 :: 9 : 27 (§. 135) ; så at man då får 27 famnar / som 12 arbetare kunna giöra på 6 dagar / då de arbeta 9 timmar om dagen. Deßa 27 famnar sätter man åter i tredie rummet / och efter Arbetarena kunna giöra flera famnar / när de arbeta 11 timmar hwar dag / än när de arbeta 9 timmar om dagen / så säger man 9 : 11 :: 27 : eller 1 : 11 :: 3 : 33 (§. 140) ; så at man då finner de sökta famnarna wara 33 / som 12 arbetare kunna giöra på 6 dagar när de arbeta 11 timmar om dagen.

§. 206. *Schol.* Om til ex. twänne Personer A och B giordt compagnie tilsammans på winst och förlust. A hade satt in ett Capital af 360 daler/ B ett Capital af 420/ och de hade wunnit med dessa penningar 600 daler. Skulle man nu willa weta huru mycket särskilt A och B böra hafwa af denna winsten? så kan det jämwäl skie genom Regula de Tri (då hon kallas *Regula Societatis*); efter man finner at deras särskilta winster böra wara proportionela emot hwars och ens Capital. Hwarföre adderar man tilsammans bägge capitalen, och säger när man med 780 winner 600 daler/ huru mycket bör man då winna med 360? så at det kommer at ställas således: $780 : 360 :: 600$: eller $13 : 360 :: 10 : 276\frac{12}{13}$ (§. 140); hafwer altså A wunnit 276 daler 29 öre och $12\frac{12}{13}$ peng. På samma sätt får man weta huru mycket B wunnit/ om man säger $780 : 420 :: 600$: eller $13 : 420 :: 10 : 323\frac{1}{13}$/ så at B wunnit 323 daler 2 öre och $11\frac{1}{13}$ peng. Hwilket man ock hade kunnat finna på det sättet/ om man subtraherat det/ som A wunnit/ ifrån hela winsten; så at/ om de particulera winsterna/ tilsammans adderade giöra hela winsten/ så är det rätt räknat. Men skulle A och B satt in sina capital på olika tid/ til

til ex. A på 10 månader och B på 4 månader/ så multiplicerar man capitalen med månaderna/ och sedan giör der med på samma sätt; ty A winner så mycket på 1 månad med $10 \times 360 = 3600$/ som han winner på 10 månader med 360 daler/ och B winner så mycket på 1 månad med $4 \times 420 = 1680$ daler/ som han winner på 4 månader med 420 daler. Hwarföre $3600 + 1680 = 5280 : 3600 :: 600 :$ eller $88 : 3600 :: 10 :$ eller $11 : 450 :: 10 : 409\frac{1}{11}$/ så at A winner 409 daler 2 öre och $21\frac{9}{11}$ peng. Sedan $5280 : 1680 :: 600 :$ eller $11 : 210 :: 10 : 190\frac{10}{11}$/ så at B winner 190 daler 29 öre och $2\frac{2}{11}$ peng. Skulle det wara flera än twänne personer/ så skier resolution på samma sätt/ allenast man brukar så många gånger Regula de Tri som Personerna äro många til.

§. 207. *Schol.* Förutan deßa ofwannämde applicationer af Regula de Tri, så gifwas ännu oändeligen många/ som hafwa sin stora nytta så i wetenskaparna/ som i allmänt bruk/ däreft hon fådt åtskilliga namn/ alt efter sakerna/ hwar til hon blifwit applicerad. Men hwad Regula Alligationis, Falsi, och flera dylika frågor/ angår/ så kunna de mycket lättare genom Algebra uplösas och demonstreras.

§. 208. *Def.* När en quantitet, a, multipliceras med sig sielf/ eller när factores äro jämlika / så kallas producten, aa, den andra digniteten (*dignitas*, *potestas*, *potentia*), eller en quadrat (*quadratum*), då a kallas den andra dignitetens eller quadratens första dignitet eller rot (*radix quadrati*). Multiplicerar man åter den andra digniteten med sin rot / så kallas producten, aaa, den tredie digniteten eller en Cub (*Cubus*); då a kallas den tredie dignitetens eller cubens första dignitet eller rot (*radix Cubica*), och så widare in infinitum.

§. 209. *Def.* Den quantiteten eller talet / som gifwer tilkiänna / huru stor digniteten är / kallas dignitetens exponent, til ex. den andra dignitetens exponent är 2 / den tredies är 3 / och så widare.

§. 210. *Hypoth.* I stället för man skrifwer aa, aaa, &c. så brukar man at skrifwa allenast dignitetens exponent på högre handen ofwantil om den första digniteten eller roten. Om exponenten wore m, och den första digniteten a, så skrifwes digniteten a^m: wore m = 2 / så är aa = a^2: wore m = 3 / så är aaa = a^3, &c.

§. 211. *Hypoth.* Roten eller första digniteten af en quantitet brukar man at bemärka på det sättet / at man sätter $\surd$ framför digni-

digniteten, och öfwer rote-märket sätter dignitetens exponent, när han är större än 2. Om digniteten är a och exponenten n, så skrifwes des rot $\sqrt[n]{a}$. $\sqrt{4} = 2$. $\sqrt[3]{27} = 3$.

§. 212. *Def.* De *radices* kallas *irrationales* eller *surdæ*, som intet kunna determineras eller exprimeras i tal/ til ex. $\sqrt{2}.\sqrt{3}.\sqrt{5}$. &c.

§. 213. *Theor.* *Quadraterna* hafwa en *ratio duplicata*, *cuberna* hafwa en *ratio triplicata*, *&c.* utaf sina rötter.

Demonstr. Efter a : b : : a : b (§. 57), så har a a : b b en ratio duplicata af a : b (§. 148), det är/ quadraterna hafwa en ratio duplicata af sina radices. Likaledes / efter a : b : : a : b : : a : b (§. 57), så har a a a : b b b en ratio triplicata af a : b (§. 148), det är/ Cuberna hafwer en ratio triplicata af sina rötter. På samma sätt kan bewisas at alla digniteter, som hafwa samma exponent, hafwa så stor ratio multiplicata af sina rötter/ som deras exponent har unitates. H. s. b

§. 214. *Theor.* Om a : b : : c : d, &c. så har sig $a^2 : b^2 :: c^2 : d^2$, $a^3 : b^3 :: c^3 : d^3$, och så widare.

Demonstr. Efter $a^2 : b^2$ har en ratio duplicata af a : b, $c^2 : d^2$ har en ratio duplicata af c : d (§. 213), och a : b :: c : d (*per hyp.*), så har sig $a^2 : b^2 :: c^2 : d^2$ (§. 150). Likaledes/ efter $a^3 : b^3$ har en ratio triplicata af a : b, och $c^3 : d^3$ har en ratio triplicata af c : d (§. 213), och a : b :: c : d (*per hyp.*), så har sig $a^3 : b^3 :: c^3 : d^3$ (§. 150). På sama sätt kan bewisas at alla proportionela quantiteters digniteter, som hafwa samma exponens, äro sins emellan jämwäl proportionela. H. s. b.

§. 215. *Def.* Om *Radix* innehåller många delar/ så kallas hon *polynomia* eller *multinomia*, och i synnerhet / om hon innehåller twänne delar/ såsom a + b, så heter hon *binomia*, innehåller hon 3 delar/ såsom a + b + c, kallas hon *trinomia*, &c.

§. 216. *Theor.* **En** *quadrat*, **hwilkens** *radix* **är** *binomia*, **a + b, är jämlik med $a^2 + 2ab + b^2$.**

Demonstr. Ty om roten är a + b, så måtte man få quadraten, om a + b multipliceras med sig sielf (§. 208)/ det är/ at man multiplicerar först a + b med b, så at producten blifwer ab + bb, och sedan med a, så at producten blifwer aa + ab, och således hela producten aa + 2ab + bb (§. 62). H. s. b,

a + b

$$\begin{array}{rrr} & a + b & \\ & a + b & \\ \hline & ab + bb & \\ aa + ab & & \\ \hline aa | + 2ab + bb & & \end{array}$$

§. 217. *Coroll.* Här af är klart / om man på ett quadrat-tal / hwars rot är binomia, a + b, begynner från höger til wänster at dela det i classer, tilägnande hwarje class twänne rum / förutan den sista åt wänster / som ibland kan bestå af ett rum / och man anser den ena delen åt wänster som ett enkelt tal; så innehålles b b i första classens (åt höger) första rum / 2 ab innehålles i första classens andra rum från höger til wänster / och a a i andra classens första rum / om alla desza tal kunna exprimeras med en zifra; men kan intet det skie / så innehålles den andra zifran i det närmaste wänstra rummet.

§. 218. *Coroll.* Om radix wore trinomia, quadrinomia, &c. så kan summan, af alla delarna åt wänster / tagas för en del / a, at således radix kan hållas för binomia, hwarföre hela quadraten, hwars radix är multinomia, är jämlik med quadraten af alla delarnas summa til wänster / en dubbel product af alla delarnas summa til wänster multiplicerad med den ena delen åt höger / b, samt den högra delens quadrat.

§. 219. *Probl.* När ett tal är gifwit / at finna eller *extrahera* des *quadrat*-rot.

Resol. och *Demonstr.* 1. Man ställer rotmärket (§. 211) på wänstra sidan och jämlikhets-teknet på den högra sidan / om det gifna talet.

2. Man begynner från höger til wenster at dela det gifna talet med en punct eller comma i classer, af hwilka hwar och en innehåller twänne rum / förutan den sista / som kan ock hafwa ett rum.

3. Efter aa innehålles uti den sista classen från höger til wänster (§. 217) / så söker man efter en quadrat af de enkla talen / som är antingen jämlik eller den närmaste mindre til det talet / som står i samma class, och subtraherar den derifrån / sättiande bredewid resten den närmaste classen åt höger; men den enkla quadratens rot / a, ställer man bredwid jämlikhets-teknet.

4. Efter 2ab innehålles i den närmaste eller andra classens första rum från wänster til höger (§. 217) / och $\frac{2ab}{2a} = b$ (§. 131), så fördubblar man den fundna roten a, och med producten 2a dividerar den första zifran i andra

andra classen tillika med resten af den föregående classen, om det är någon/ at således man får quotienten b, som är den andra delen af den sökta roten.

5. Men efter b b innehålles uti den andra classens andra rum från wånster til höger(§.217)/ så sätter man den fundna quotienten b på högra sidan om 2a, och sedan multiplicerar hela talet 2a + b med quotienten b, subtraherande producten 2ab + bb ifrån den andra classens tal/ tillika med resten af förra classen.

6. Om operation widare continueras i anledning af resolutions num. 4 och 5, så upkommer den sökta quadrat-roten (§.218).

Til exempel:

$\sqrt{1,90,25} = 345$

$9 = aa$

$2,90$

$2,56$

$34,25$

$34,25$

$00,00$

$3 = a$

2

$64 = 2a + b$

$4 = b$

$256 = 2ab + bb$

$34 = a$

2

$685 = 2a + b$

$5 = b$

$3425 = 2ab + bb.$

§. 221

§. 220. *Theor.* En *Cub* hwars *radix* är *binomia*, $a + b$, är jämlik med $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$.

Demonstr. Om quadraten multipliceras med roten/ så upkommer en Cub (§. 208). Nu är quadraten af $a + b = aa + 2ab + bb$ (§. 216), hwarföre när man multiplicerar den quadraten först med b, så får man producten $aab + 2abb + b^3$, och sedan med a, så är producten $a^3 + 2aab + abb$, at altså hela producten blifwer $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ (§. 62). H. s. b.

$$
\begin{array}{r}
a^2 + 2ab + b^2 \\
a + b \\
\hline
a^2b + 2ab^2 + b^3 \\
a^3 + 2a^2b + ab^2 \qquad \\
\hline
a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3
\end{array}
$$

§. 221. *Coroll.* Här af är klart om man på ett cubic-tal/ hwars rot är binomia, $a + b$, begynner från höger til wänster at dela det i classer, tilägnande hwarje class 3 rum (förutan den sista åt wänster/ som ibland kan bestå af ett eller tu rum)/ och man anser den ena delen åt wänster som ett enkelt tal; så innehålles b^3 i första classens, åt höger/ första rum/ $3ab^2$ uti första classens andra rum/ $3a^2b$ uti första classens tredie rum från höger til wänster/ och a^3 i andra classens första rum/ om alla deßa tal skulle kunna exprimeras med en zifra; hwarföre när de hafwa flera zifror/ så innehållas de i de närmaste wänstra rummen.

§. 222. *Coroll.* Om radix är trinomia, quadrinomia, &c. så kan summan af alla delarna åt wänster tagas för en del/ a, at radix således kan hållas för binomia, hwarföre hela quadraten, hwars radix är multinomia, är jämlik med cuben af alla delarnas summa til wänster/ en tredubbel product af quadraten af alla wänstra delarnas summa multiplicerad med den ena delen åt höger/ b, en tredubbel product af de wänstra delarnas summa multiplicerad med den ena högra delens quadrat, samt den ena högra delens cub.

§. 223. *Probl.* At utaf ett gifwit tal finna eller *extrahera* des *cubic*-rot.

Resol. och *Demonstr.* 1. På wänstra sidan om det gifna taler sätter man rote-märket/ som gifwer tilkiänna at cubic-roten skal extraheras (§. 211), och på högra sidan jämlikhets-teknet.

2. Man begynner från höger til wänster at dela det gifna talet i classer, tilägnande hwarje class tre rum/ förutan den sista åt wänster/ som ibland kan hafwa ett eller tu rum.

3. Efter a^3 innehålles uti den sista classen åt wänster(§ 221)/söker man up någon af de enkla talens cuber, som är antingen jämlik eller den närmaste mindre med classens tal/ och den samma

derifrån subtraherar, sättiande bredwid resten, (om det är någon) den följande classen; men den enkla cubens radix, a, sätter man bredwid jämlikhets-teknet.

4. Efter $3a^2b$ innehålles eller des zifror ändas i den andra classens första zifra från wänster til höger (§. 221) / och $\frac{3a^2b}{3a^2} = b$ (§. 131), så tager man $3a^2$, och dividerar der med den första wänstra zifran i andra classen, tillika med resten af den förra classen, at man således får quotienten b, som är den andra delen af den sökta roten.

5. Men efter uti den andra classen innehålles $3a^2b + 3ab^2 + b^3$ (§. 221), så multipliceras divisoren $2a^2$ med b, och producten $2a^2b$ skrifwes således / at han ändas under andra classens första rum / sedan sätter man der under producten $3ab^2$ / så at han ändas under andra classens andra rum / och sist b^3 / som bör ändas under andra classens tredie rum. Deßa 3 producter adderar man tilsammans / och subtraherar summan ifrån de ofwanstående classens zifror.

6. Om operation i de öfriga classerna continueras i anledning af resolutions num. 4 och 5 / så upkommer den sökta cubic-roten (§. 222).

Til

Til exempel:

$\sqrt[3]{41,063,625} = 345$

$27 = a^3$

$14,063 : 27 = 3a^2 \qquad 3 = a$

$10,8 = 3a^2b \qquad 4 = b$

$1,44 = 3ab^2$

$64 = b^3$

$12,304, = 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$1,759,625 : 3468 \qquad 34 = a$

$1,734,0 \qquad 5 = b$

$25,50$

125

$1,759,625$

$0,000,000$

§. 224. *Probl.* At *extrahera quadrat* eller *cubic*-roten af ett bråk.

Resol. och *Demonst.* Om man hade ett bråk $\frac{a}{b}$, så år des quadrat $\frac{aa}{bb}$ och des cub $\frac{a^3}{b^3}$ (§§. 176. 208), hwarföre år klart, at når man wil extrahera antingen quadrat- eller cubic- roten af ett bråk, så bör man draga roten så wål utur bråkets tåljare som des nåmnare. S.å.d.g.o.b.s.b.

Til ex. $\sqrt{\frac{25}{36}} = \frac{5}{6}$. $\sqrt[3]{\frac{8}{27}} = \frac{2}{3}$.

§. 225. *Coroll.* Hår utaf år klart, om uti rötternas extraherande det blifwer något öfwer på slutet, så at roten intet kan exprimeras i hela tal, eller at det föreſtålta talet har har en irrational-rot, så kan man få uti decimal-bråk, så accurat man någonsin wil, det föreſtålta talets rot, på det sättet at man sätter til resten twänne noll, då den giöres til hundradedelar/ om quadrat-roten skal extraheras, eller sätter til resten tre noll, då den giöres til tusendedelar/ om cubic-roten skal extraheras, så måtte radix blifwa tijondedelar (§. 208); sätter man ändå en class til med noll, så får man hundradedelar i roten/ och så widare.

§. 226. *Schol.* Efter man uti rötternas extraherande bör weta de enkla talens quadrater och cuber, så har jag dem utsatt i följande tafla:

Radices.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Quadrat.	1	4	9	16	25	36	49	64	81
Cubi.	1	8	27	64	125	216	343	512	729

§. 227. *Schol.* Wil man pröfwa om den fundna roten är rätt extraherad, så bör hennes quadrat, om hon är en quadrat-rot/ men hennes cub, om hon är en cubic-rot/ blifwa jämlik med det föreställta talet; men skulle uti extraherandet något blifwit öfwer/ så adderas det til den fundna rotens cub eller quadrat, då summan bör blifwa jämlik med det föreställta talet/ utur hwilket man utdragit den närmaste roten (§. 208).

§. 228. *Probl.* At emellan twänne gifna tal/ a och c, finna det medlersta proportional-talet b, så at a : b : : b : c.

Resol. Man multiplicerar de gifna talen sins emellan och utaf producten extraherar quadrat-roten (§. 219)/ så får man det medlersta proportional-talet. H. s. f.

Demonstr. Efter a : b : : b : c (*per hyp.*), så är $ac = bb$ (§. 151), och således är $\sqrt{ac} = \sqrt{bb} = b$ (§. 208). H. s. b.

ÄNDE.