

# En metod för geodetisk basmätning med stålbånd

Jäderin, Edvard,



National Library  
of Sweden

GA

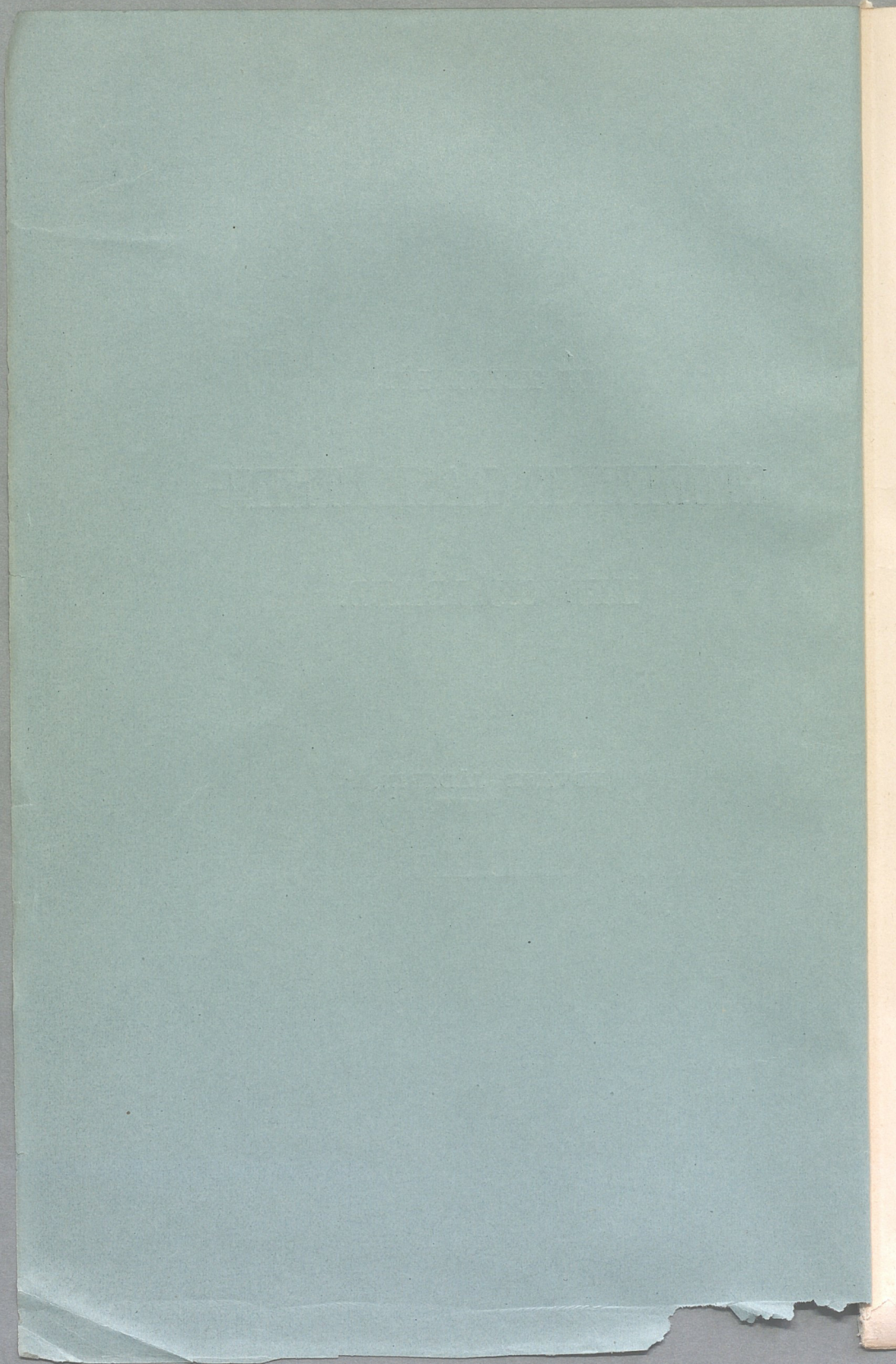
Diop  
Uppm  
o

EN METOD FÖR  
GEODETISK BASMÄTNING  
MED STÅLBAND.

AF

EDVARD JÄDERIN.

---



EN METOD FÖR  
GEODETISK BASMÄTNING  
MED STÅLBAND.

---

AKADEMISK AFHANDLING

AF

EDVARD JÄDERIN,


LEKTOR I GEODESI OCH TOPOGRAFI VID TEKNISKA HÖGSKOLAN.

---

*Denna afhandling kommer med vederbörligt tillstånd att för  
erhållande af filosofisk doktorsgrad vid Upsala universitet  
af författaren offentlig försvaras å öfre filosofiska  
lärosalen lördagen den 28 februari 1880  
kl. 4 e. m.*

---

STOCKHOLM, 1880.  
KONGL. BOKTRYCKERIET  
P. A. NORSTEDT & SÖNER



BY METHOD

GEODETISK BÄSMÄTNING

VED STÅBÅD

AKADEMISK AFHANDLING

EDVARD JENSEN

From the University of Copenhagen, Copenhagen, Denmark.  
The author is indebted to the Danish Geodetic Institute for the loan of the instruments used in the observations.  
The author wishes to express his thanks to the Danish Geodetic Institute for the loan of the instruments used in the observations.  
Copenhagen, 1900.



De inom geodesien mest förekommande och viktigaste mätningsoperationerna, horisontel vinkelmätning och basmätning, böra naturligtvis så anordnas, att de svara mot hvarandra i noggrannhet. Hvad beträffar den högre geodesien (triangelmätningar af första ordningen) är härför väl sörjdt, enär de vinkelmätningsoptioner, som numera dervid begagnas, förmå bestämma vinklarna med en noggrannhet af omkr.  $0''.2$  och basapparaterna gifva längderna på  $\frac{1}{1000000}$  när, hvilket, då ju  $206265''$  gå på enhetscirkelns radie, är den noggrannhet, som vinkelmätningsoptionen fordra. Deremot begagnar man sig ofta (t. ex. vid triangelmätningar af lägre ordningar) af instrument, som bestämma vinklarna på ungefär  $2''$  när, hvartill borde begagnas en basapparat, som mätte med en noggrannhet af ungefär  $\frac{1}{100000}$ , på samma gång mätningen med densamma vore i motsvarande mån lätt att utföra i jämförelse med användandet af den finare basapparat, som nyss blifvit nämnd; — men man har hittills varit i saknad af en sådan.

Då det naturligtvis ej kan komma i fråga att till dessa mindre fina mätningar använda samma basapparat som vid första ordningens triangelmätning, emedan man ju helst önskar att jemväl den möda och de omkostnader, som offras på vinkel- och längdmätning, skola vara likformigt fördelade, så har man därför, der så varit möjligt, sammanknutit dessa mätningar med trianglar af första ordningen och sålunda utgått från en sida i

dem såsom bas. Men sådana trianglar finnas ej öfverallt att tillgå; utan har man därför i andra fall varit hänvisad till att uppmäta de erforderliga baserna med träbasstänger, hvilka dock dervid ej gifva en nöjaktig grad af noggranhet. Det är bristen af en härtill passande apparat i förening med den omständigheten, att nu mera i handeln finnas att tillgå stålband af betydlig längd samt att dessa band synas mig lämpliga att fylla deenna brist, — det är dessa orsaker som föranledt denna lilla afhandling.

Jag tillåter mig nu att i allmänna drag redogöra för eller lemna en öfversigt af den metod, jag vill föreslå för mätning med band, samt att derefter öfvergå till en fullständigare utredning.

Då man tydligen under mätning med stålband nästan aldrig är i tillfälle att få ett tillräckligt jemnt underlag för hela bandet, så måste man åtnöja sig med att få ett sådant blott för dess ändpunkter, under det att bandet för öfrigt är fritt hängande i luften och dervid bildar den kurva, som fått namn af *kedjelinien*. Tänker man sig dock först, att bandet är utlagdt på ett horisontelt plan utan sträckning samt att dess ändpunkter derå noga fixeras och att sedan underlaget borttages, utom för ändpunkterna, hvilka tänkas noga bibehålla samma horisontela afstånd från hvarandra som förut, så kommer bandet att bilda den nyss nämnda kroklinién samt har sålunda nu en större längd än förut. Den tillökning i längd, som bandet erhåller, är den sträckning, detsamma undergår genom tensionen, som uppkommer af bandets tyngd. Sträckningen är lika med differensen mellan krokliniéns och kordans längd och beroende af tensionen. Denna senare kan dock tydligen bestämmas genom en i bandets ena ända verkande fjedervåg, — om med tillräcklig grad af noggranhet skall af det följande synas. Vid mätning med bandet skall man därför hafva att tillägga dess ena ändpunkt vid den ena baspunkten, slå ned en påle i marken på en bandlängds afstånd derifrån och i denna med en nål markera den punkt, som uppnås af bandets andra ändpunkt, då fjeder-

vågen (kraftmätaren) spännes till dess visaren anger den för bandet behöfliga kraften. Det band, till hvilket de i det följande anförda experimenten referera sig, tillhör Tekniska högskolans samlingar och är 20 meter långt. Skalan å den fjeder-våg, som användts, är delad för svenska skålpund, och den spänning, som bandet kräver, är — såsom sedermera kommer att visas — omkring 16 skålpund. Det har visat sig möjligt att sköta kraftmätaren så, att variationerna derå genom handens osäkerhet ej uppgå till 0.2  $\mathfrak{A}$ , emot hvilken variation svarar en förflyttning af bandets ändpunkt af 0<sup>mm</sup>.1; denna qvantitet kan därför anses någorlunda motsvara det tillfälliga tilläggningsfelet, hvilket ej är större än  $\frac{1}{200000}$  af hela bandlängden. Detta tillfälliga tilläggningsfel skall dock naturligtvis förringas i betydelse ju längre mätningen fortskrider och växa blott såsom kvadratrotten ur antalet utlagda band. Då nu likväl den kraft, hvarmed bandet skall sträckas, uppgår till 16  $\mathfrak{A}$ , så är det klart, att de för ändpunkternas markering i marken nedslagna pålarna, på hvilkas fasthet mätningens säkerhet i hög grad beror, måste behandlas ytterst varsamt och att man därför ej får utsätta dem för ens en ringa del af den för sträckningen behöfliga kraften, d. v. s. ej får använda dem såsom stöd och på sin höjd kan anse sig berättigad att utsätta dem för ett lindrigt *vertikalt* tryck. Det har därför visat sig lämpligt att i bandets ena ända samt på andra sidan i kraftmätaren fästa snören, af hvilka formas öglor, och genom dessa träda käppar, som stödas i marken. Vid kraftmätarens sida erfordras två personer, den ena för spänningen, den andra för nålens utsättande, hvarvid man bör se till att, såvida bandets delstreck gå öfver hela bredden, alltid använda samma kant, emedan ingen garanti finnes för att strecken gå vinkelrätt mot kanten.

Tydligt är att man bör afväga pålarna för att kunna reducera det uppmätta afståndet till horisontelt. Lämpligast är att afvägningen *föregår* nålarnas utsättande, på det man ej må rubba en en gång fixerad punkt, till hvilken man möjligen kan komma att behöfva återgå.

Hvad liniens utstakning angår, så är det förenadt med för mycket besvär att dertill använda passageinstrument eller teodolit, utan torde det vara bäst att först öfver hela linien utsätta stakar med ganska stora afstånd för att sedan *emellan* dem med ögonmått inrikta pålarna, dervid man då har att tillse det ej det tillfälliga utstakningsfelet emellan två närstående pålar blir för stort. Dock fordras här ej heller större grad af noggrannhet än som är för ögat möjligt, enär, om detta fel vid hvarje påles utsättande alltid uppginge till 6 centimeter, så uppkomme dervid ett fel i längdmätningen af  $\frac{1}{200000}$ , och tydligen ett så stort fel aldrig behöfver riskeras. Är baslinien mycket lång eller går den öfver kuperad mark, så är det dock måhända nödvändigt att göra åtminstone stomutstakningen med teodolit.

Temperaturen utöfvar sitt inflytande på stål med ungefär  $\frac{1}{100000}$  af hela längden för  $1^\circ$  Cels. För att det skall vara en möjlighet att bestämma bandets temperatur, måste man göra den inskränkningen i den här föreslagna metodens användbarhet att *aldrig mäta vid solsken* samt för öfrigt gerna undvika blåst <sup>1)</sup> För bestämmandet af bandets temperatur synes ingen annan möjlighet än att antaga den lika med den omgifvande luftens, hvilken antecknas t. ex. vid hvar tredje utläggning af bandet. Vid experimenten med Tekniska högskolans band hafva användts termometrar af det slag, som brukar åtfölja aneroidbarometrar, hvilka termometrar för sin ringa storleks skull härtill varit lämpliga, emedan de, för att kunna antaga luftens temperatur, böra, fästa vid ett snöre, hållas i svängande rörelse. Två termometrar hafva samtidigt blifvit aflästa, ej så mycket för undvikandet af felaktig afläsning, emedan vid molubetäckt himmel temperaturen ändrar sig blott så småningom, utan för erhållande af ett noggrannare medeltal. Hvad utvidningskoefficienten beträffar, så kan den icke sättas lika med hvad den i medeltal är för härdadt stål, emedan bandet sträcker sig olika mycket för

<sup>1)</sup> Förutsatt att man önskar nå den högsta möjliga noggrannhet, som för bandmätning är möjlig. Åtnöjer man sig deremot med en noggrannhet af  $\frac{1}{10000}$  å  $\frac{1}{20000}$ , så äro dessa felkällor ej farliga.

samma kraft vid olika temperaturer, hvilken variation i sträckningen naturligtvis bör komma att synas såsom en temperaturkorrektion. Huruvida dock denna del af temperaturkorrektionen eller öfver hufvud taget den sammansatta utvidningskoefficienten må kunna utan märkbart fel sättas lika med hvad den för det af mig använda bandet befunnits vara, är dock osäkert och till och med tvifvelaktigt, utan torde man för hvarje band särskildt få bestämma densamma, hvilket lämpligast tillgår sålunda, att man vid olika årstider och temperaturer uppmäter en kort och lätt tillgänglig kontrollbas. En sådan har af Tekniska högskolans elever under sommaren 1879 blifvit på högskolans gård fixerad och med K. Vet.-Akad:s basapparat uppmätt. Dervid utfördes visserligen inga komparationer mellan mätstängerna och normalstängan; men då differenserna dem emellan ej pläga ändra sig så mycket, att man utan förnyade jämförelser ej kan erhålla en bas uppmätt med en noggranhet af 1 genom flere hundratusen, så var detta icke heller nödigt, utan hafva användts de korrektioner, som erhöles vid de komparationer, som utfördes sedan basapparaten hemförts från Generalstabens basmätning vid Piteå hösten 1878, efter hvilken tid apparaten lemnats orörd. Resultatet af dessa komparationer delgafs mig godhetsfullt af professor ROSÉN.

Resultaten af de tre mätningar, som utfördes å Tekniska högskolans bas, blefvo

$$\begin{array}{r}
 105^m.2501 \\
 2506 \\
 2500 \\
 \hline
 \text{Medium} = 105^m.2502
 \end{array}$$

Skulle vid mätning med stålband terrängen på något eller några ställen omöjliggöra att pålar nedslås, t. ex. i bergig eller stenbunden mark, så kan man begagna sig af trefotade pallar eller låga stativ, hvilka för öfrigt måhända helt och hållet skulle kunna ersätta pålarna; eller om det ej kunnat undvikas att linien går fram öfver mark, der pålarna ej kunna få den behöfliga

stadgan (t. ex. kärr), så torde man i de flesta fall vara hjälpt med att till platsen vältra en stor sten, i hvilken punkten markeras genom att inrista ett fint kors med en knif. Går linien öfver en bäck eller ett dike och en påle borde ha sin plats just deruti, så använder man ej hela bandlängden, utan blott t. ex. hälften deraf, då det blir nödvändigt att bestämma först och främst den spänning, som bör angifvas å kraftmätaren, och för öfrigt äfven delningsfelen för de streck på bandet, som komma användande. Att ej hela bandlängden användes blir dessutom nästan alltid fallet vid den sista utläggningen af bandet, d. v. s. vid framkomsten till basens andra ändpunkt. Hvad delningsfelens bestämmande beträffar, kan detsamma lätt ske, då bandet utlägges på ett större golf och först mittelstreckets (10-meterstreckets) fel bestämmes och successift de öfriga streckens — detta enligt gammal känd metod. Hvad kraftmätarens angivelse i dessa fall angår, så kommer denna fråga längre fram att tagas i betraktande.

För den kroklinie, som bandet bildar, då det är upphängdt i sina båda ändpunkter, har man följande eqvationer<sup>1)</sup>:

$$(1) \dots\dots\dots \frac{y}{k} = \frac{e^{\frac{x}{k}} + e^{-\frac{x}{k}}}{2},$$

$$(2) \dots\dots\dots \frac{l}{k} = \frac{e^{\frac{x}{k}} - e^{-\frac{x}{k}}}{2},$$

$$(3) \dots\dots\dots \frac{\rho}{k} = \left(\frac{y}{k}\right)^2,$$

$$(4) \dots\dots\dots y^2 = k^2 + l^2,$$

$$(5) \dots\dots\dots T = \omega y,$$

då  $y$ :axeln är vertikal och  $x$ :axeln horisontel, gående den förre genom kurvans nedersta punkt, den senare på ett afstånd  $k$  derunder, samt då  $l$  är kurvans längd, räknadt från skärningspunkten med  $y$ :axeln,  $\rho$  krökningsradien,  $T$  tensionen i punkten  $x$ ,  $y$  och  $\omega$  vigten af en längdenhet af bandet. För öfrigt är bland kurvans

<sup>1)</sup> Se t. ex. STURMS *Cours de mécanique*, 2:a delen, sid. 48 och följ.

mera utmärkande egenskaper den, att det stycke af normalen, som inneslutes mellan kroklinién och  $x$ -axeln, är lika med krökningens radien. Följande tabell meddelas till förtydligande af sambandet mellan koordinaterna, kurvans längd och krökningens radien.

$\frac{l}{k}$	$\frac{y}{k}$	$\frac{q}{k}$	$\frac{l}{k}$	$\frac{y}{k}$	$\frac{q}{k}$	$\frac{l}{k}$	$\frac{y}{k}$	$\frac{q}{k}$
$\frac{x}{k}$	1.000	1.000	$\frac{x}{k}$	1.00	1.00	$\frac{x}{k}$	1.00	1.00
0.000 0000	000	000	0.025 0026	0313	0625	0.050 0208	1250	2502
001 0000	001	001	026 0029	0338	0676	051 0221	1301	2603
002 0000	002	004	027 0033	0365	0729	052 0234	1352	2706
003 0000	005	009	028 0037	0392	0784	053 0248	1405	2812
004 0000	008	016	029 0041	0421	0841	054 0262	1458	2919
005 0000	013	025	030 0045	0450	0900	055 0277	1513	3028
006 0000	018	036	031 0050	0481	0961	056 0293	1569	3139
007 0001	025	049	032 0055	0512	1024	057 0309	1625	3252
008 0001	032	064	033 0060	0545	1089	058 0325	1683	3368
009 0001	041	081	034 0066	0578	1156	059 0342	1741	3485
010 0002	050	100	035 0071	0613	1225	060 0360	1801	3604
011 0002	061	121	036 0078	0648	1297	061 0378	1862	3726
012 0003	072	144	037 0084	0685	1370	062 0397	1923	3849
013 0004	085	169	038 0091	0722	1445	063 0417	1986	3974
014 0005	098	196	039 0099	0761	1522	064 0437	2049	4102
015 0006	113	225	040 0107	0800	1601	065 0458	2114	4231
016 0007	128	256	041 0115	0841	1682	066 0479	2179	4362
017 0008	145	289	042 0123	0882	1765	067 0501	2246	4496
018 0010	162	324	043 0133	0925	1850	068 0524	2313	4631
019 0311	181	361	044 0142	0968	1937	069 0548	2382	4769
020 0013	200	400	045 0152	1013	2026	070 0572	2451	4908
021 0015	221	441	046 0162	1058	2117	071 0597	2522	5049
022 0018	242	484	047 0173	1105	2211	072 0622	2593	5193
023 0020	265	529	048 0184	1152	2306	073 0649	2666	5338
024 0023	288	576	049 0196	1201	2403	074 0676	2739	5486
0.025 0026	313	625	0.050 0208	1250	2502	0.075 0703	2814	5636

$\frac{l}{k}$	$\frac{y}{k}$	$\frac{q}{k}$	$\frac{l}{k}$	$\frac{y}{k}$	$\frac{q}{k}$	$\frac{l}{k}$	$\frac{y}{k}$	$\frac{q}{k}$
$\frac{x}{k}$	1.00	1.0	$\frac{x}{k}$	1.00	1.0	$\frac{x}{k}$	1.0	1.0
0.075 0703	2814	05636	0.100 1668	5004	10033	0.125 3258	07823	15706
076 0732	2890	05787	101 1718	5105	10236	126 3337	07949	15960
077 0761	2966	05941	102 1779	5206	10440	127 3417	08075	16216
078 0791	3044	06096	103 1822	5309	10647	128 3498	08203	16473
079 0822	3122	06254	104 1876	5413	10855	129 3581	08332	16733
080 0854	3202	06414	105 1931	5518	11066	130 3665	08462	16995
081 0886	3283	06575	106 1986	5623	11278	131 3750	08593	17259
082 0919	3364	06739	107 2043	5730	11493	132 3837	08725	17525
083 0953	3447	06905	108 2101	5838	11709	133 3925	08857	17793
084 0988	3530	07073	109 2160	5946	11928	134 4014	08991	18063
085 1024	3615	07242	110 2220	6056	12149	135 4104	09126	18336
086 1060	3701	07414	111 2281	6167	12372	136 4196	09262	18610
087 1098	3787	07588	112 2343	6278	12596	137 4290	09399	18886
088 1136	3875	07764	113 2406	6391	12823	138 4384	09537	19165
089 1175	3963	07942	114 2471	6505	13052	139 4480	09676	19445
090 1215	4053	08122	115 2536	6620	13283	140 4578	09816	19728
091 1256	4144	08304	116 2603	6736	13516	141 4677	09957	20013
092 1298	4235	08488	117 2671	6852	13751	142 4777	10099	20300
093 1341	4328	08674	118 2740	6970	13989	143 4879	10242	20588
094 1385	4421	08862	119 2811	7089	14228	144 4982	10386	20879
095 1430	4516	09052	120 2882	7209	14469	145 5086	10531	21172
096 1475	4612	09244	121 2955	7330	14712	146 5193	10677	21467
097 1522	4708	09438	122 3029	7451	14958	147 5300	10824	21765
098 1569	4806	09635	123 3104	7574	15205	148 5409	10972	22064
099 1618	4904	09833	124 3180	7698	15455	149 5519	11121	22365
0.100 1668	5004	10033	0.125 3258	7823	15706	0.150 5631	11271	22669

Såsom det enklaste fallet vid bandets användande utgår jag från den förutsättningen, att bandets ändpunkter äro belägna lika högt, d. v. s. att  $y$ :koordinaterna för ändpunkterna äro lika, då ju tydligen äfven  $x$ :koordinaterna blifva lika, men af motsatt

tecken. Om bandets längd betecknas med  $L$  och räta afståndet mellan dess ändpunkter med  $a$ , så är

$$L = 2k \cdot \frac{e^{\frac{a}{2k}} - e^{-\frac{a}{2k}}}{2}$$

eller genom serieutveckling

$$L = 2k \left( \frac{a}{2k} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} \left( \frac{a}{2k} \right)^3 + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} \left( \frac{a}{2k} \right)^5 + \dots \right)$$

och

$$(6) \dots L - a = \frac{a^3}{24 \cdot k^2} + \frac{a^5}{1920 \cdot k^4} + \dots$$

Om åter den del af kurvan, som innefattas af bandet, anses såsom en del af en cirkelbåge med en radie, som, enligt eqv. (3), för det horisontela läget är  $k$ , så blir

$$\begin{aligned} L - a &= 2k \left( \text{arc Sin } \frac{a}{2k} - \frac{a}{2k} \right) \\ &= 2k \left( \frac{1}{2 \cdot 3} \left( \frac{a}{2k} \right)^3 + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 5} \left( \frac{a}{2k} \right)^5 + \dots \right) \\ &= \frac{a^3}{24 \cdot k^2} + \frac{3a^5}{640 \cdot k^4} + \dots \end{aligned}$$

Af det värde på  $k$  (338 meter), som i det följande visas vara det, som bör användas för Tekniska högskolans band, visar sig att andra termen i dessa båda uttryck för  $L - a$  uppgår till blott omkring 0<sup>mm</sup>.0001 och 0<sup>mm</sup>.001 samt att det sålunda är tillåtligt att anse bandkurvan såsom en cirkelbåge.

Ur eqv. (5) kan härledas

$$(7) \dots \dots \dots k = \frac{T}{\omega} \cdot \frac{k}{y}$$

För här i fråga varande band är vigten mellan begynnelse- och slutstrecken 0.9304  $\mathfrak{G}$  och  $L = 20^m$ , således

$$\omega = 0.04652 \mathfrak{G},$$

hvarför

$$k = 21.50 \times T \times \frac{k}{y}$$

För horisontelt läge, då ju för bandets ändpunkter  $\frac{x}{k}$  är ungefär  $\pm 0.03$ , ser man af den i det föregående gifna tabellen, att faktorn  $\frac{k}{y}$  i (7) ändrar värdet för  $k$  med blott omkring  $\frac{1}{2000}$  af det hela och sålunda kan sättas lika med 1. I detta fall har man därför

$$(8) \dots \dots \dots k = \frac{T}{\omega} (= 21.5 \times T),$$

der, liksom i det följande, det inom parentes inneslutna värdet gäller speciellt för Tekniska högskolans band.

Insättes detta värde på  $k$  i (6), så erhålles

$$L - a = \frac{a^3 \omega^2}{24T^2},$$

eller, då mycket nära  $a = L$ ,

$$L - a = \frac{L^3 \omega^2}{24T^2}.$$

Betecknar nu  $c$  den korrektion, som på grund af bandets krökning är att foga till resultatet af en mätning, så är

$$(9) \dots \dots \dots c = -\frac{L^3 \omega^2}{24T^2} \left( = -\frac{0^m.7214}{T^2} \right).$$

Förutom denna korrektion förekommer äfven den,  $c_1$ , som härflyter ur bandet sträckning. För beräkningen af denna antar jag följande beteckning:  $\sigma$  = den förlängning, som en längdenhet med vigten 1 af en stålstång undergår för en belastning lika med 1. För ett längdelement  $dl$  af bandet, der tensionen är  $T$ , är sträckningen

$$dc_1 = \frac{\sigma T}{\omega} \cdot dl$$

eller på grund af (4) och (5)

$$dc_1 = \sigma y dl = \sigma k \sqrt{1 + \left(\frac{l}{k}\right)^2} \cdot dl$$

$$dc_1 = \sigma k \left[ 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{l}{k}\right)^2 - \frac{1}{2^2} \cdot \frac{1}{1 \cdot 2} \left(\frac{l}{k}\right)^4 + \frac{1 \cdot 3}{2^3} \cdot \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} \left(\frac{l}{k}\right)^6 - \right. \\ \left. - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2^4} \cdot \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \left(\frac{l}{k}\right)^8 + \dots \right] dl$$

$$c_1 = \sigma k \int_{l_2}^{l_1} \left[ 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{l}{k}\right)^2 - \frac{1}{8} \left(\frac{l}{k}\right)^4 + \dots \right] dl$$

$$(10) \dots c_1 = \sigma k (l_1 - l_2) + \frac{\sigma}{6k} (l_1^3 - l_2^3) - \dots$$

då  $l_1$  och  $l_2$  äro längderna i kurvan från  $y$ -axeln till de båda ändpunkterna.

Genom insättning af värdet på  $k$  från eqv. (7) får man

$$c_1 = \sigma (l_1 - l_2) \frac{T}{\omega} \cdot \frac{k}{y} + \frac{\sigma \omega}{6T} (l_1^3 - l_2^3) \frac{y}{k}.$$

För horisontelt läge, då  $l_1 = -l_2 = \frac{L}{2}$ , är tillräckligt nogga  
 (11) . . . . .  $c_1 = \frac{\sigma LT}{\omega}$ .

För bestämmandet af  $\sigma$  gjordes med Tekniska högskolans band följande experiment: Bandet sträcktes fritt i luften under en temperatur af ungefär  $0^\circ$ , hvarvid dess nollstreck synnerligen starkt fästes i en punkt. Vid den andra ändan, der kraftmätaren var fäst, aflästes på en godtyckligt placerad millimeter-skala den angivelse, som svarade mot 20-meter-strecket. Resultatet häraf innefattas i de två första kolumnerna af följande tabell:

$T$	Afläs. på skalan.	$-c$	$c_1 + m$	Ber. afläs.	Ber.—obs.
8	m.m.	m.m.		m.m.	m.m.
8	13.2	+11.58	24.78	13.4	+ 0.2
9	16.2	+ 9.15	25.35	16.1	— 0.1
10	18.0	+ 7.41	25.41	18.0	0.0
11	19.7	+ 6.13	25.83	19.5	— 0.2
12	20.5	+ 5.15	25.65	20.6	+ 0.1
13	21.4	+ 4.38	25.78	21.6	+ 0.2
14	22.4	+ 3.78	26.18	22.4	0.0
15	23.2	+ 3.30	26.50	23.1	— 0.1
16	23.7	+ 2.90	26.60	23.7	0.0
17	24.3	+ 2.56	26.86	24.2	— 0.1
18	24.7	+ 2.29	26.99	24.6	— 0.1
19	25.0	+ 2.06	27.06	25.0	0.0
20	25.5	+ 1.85	27.35	25.4	— 0.1
21	25.9	+ 1.68	27.58	25.8	— 0.1
22	26.1	+ 1.53	27.63	26.1	0.0
23	26.3	+ 1.40	27.70	26.5	+ 0.2
24	26.7	+ 1.29	27.99	26.8	+ 0.1
25	27.1	+ 1.19	28.29	27.1	0.0

Den tredje kolumnen innehåller korrektionen för bandets krökning, beräknad enligt eqv. (9), och den fjerdte tydligen summan af en konstant,  $m$ , beroende af läget för skalans nollpunkt, och sträckningskorrektionen,  $c_1$ . Ur talen i denna kolumn erhålles:

$$\frac{\sigma L}{\omega} = 0^{\text{mm}}.1898$$

$$(12) \dots \sigma = 0^{\text{mm}}.0004414 = 0^{\text{m}}.0000004414$$

$$m = 23^{\text{mm}}.51.$$

Af den goda öfverensstämmelsen mellan observation och räkning synes att vid basmätning med band det tillfälliga felet vid hvarje utläggning är af mycket ringa betydelse, hvarför man möjligen kan hafva mera att frukta för andra felkällor.

Quantiteten  $\sigma$  är naturligtvis i det närmaste densamma för alla stålband <sup>1)</sup> samt äfven densamma för olika längd- och vigtsenheter. Är t. ex. längdenheten meter och vigtsenheten kilogram, så är  $\sigma$  det antal meter, hvarmed en stålstång af 1 meters längd och 1 kilograms vikt förlänger sig för en belastning af 1 kilogram. Man kan äfven måhända tydligare definiera  $\sigma$  så, att den är *den utvidgning, i bråkdelar af hela längden, som en stålstång erfar, då han belastas med en vikt, så stor som hans egen tyngd.*

Korrektionen för bandets sträckning är enligt (11) och (12)

$$c_1 = + \frac{L}{\omega} \cdot 0.0000004414 \cdot T (= + 0^{\text{m}}.0001898T).$$

Då enligt hvad förut blifvit nämndt mätningsmetoden afser att de båda korrektionerna för bandets böjning och sträckning skola neutralisera hvarandra, så skall  $T$  bestämmas så, att

$$(12') \dots \dots \dots - \frac{L^3 \omega^2}{24 \cdot T_0^2} + \frac{\sigma L}{\omega} \cdot T_0 = 0,$$

det är

$$T_0^3 = \frac{L^2 \omega^3}{24 \sigma}$$

eller, om  $\omega L$ , som är bandets hela vikt från begynnelse- till slutstrecket, betecknas med  $V$ ,

$$(13) \dots T_0 = \frac{V}{\sqrt[3]{24 \sigma L}} = \frac{45.53 V}{\sqrt[3]{L}} (= 15.7 \sqrt[3]{V}; k \text{ enl. (8)} = 338^{\text{m}}).$$

Om vigten  $V$  och längden  $L$  äro gällande för hela bandet, men vid något tillfälle endast en del,  $nL$ , deraf skall användas, så är den mot denna del svarande vigten  $nV$  och den kraft  $T_0$ , hvarmed bandet bör sträckas,

<sup>1)</sup> För en landtmäterikedja af stål blir  $\sigma$  större, emedan länkarna ej blott sträcka sig utan äfven räta ut sig.

$$(14) \dots T'_0 = \frac{45.53 \cdot nV}{\sqrt[3]{nL}} = \frac{45.53 \cdot V}{\sqrt[3]{L}} \cdot \sqrt[3]{n^2} = T_0 \cdot \sqrt[3]{n^2}.$$

Följande tabell utvisar denna relation. De två sista kolumnerna gälla för Tekniska högskolans band.

$n$	$\sqrt[3]{n^2}$	$nL$	$T'_0$
		m.	℄.
0.05	0.136	1	2.1
0.10	0.215	2	3.4
0.15	0.282	3	4.4
0.20	0.342	4	5.4
0.25	0.397	5	6.2
0.30	0.448	6	7.0
0.35	0.497	7	7.8
0.40	0.543	8	8.5
0.45	0.587	9	9.2
0.50	0.630	10	9.9
0.55	0.671	11	10.5
0.60	0.711	12	11.2
0.65	0.750	13	11.8
0.70	0.788	14	12.4
0.75	0.825	15	12.9
0.80	0.862	16	13.5
0.85	0.897	17	14.1
0.90	0.932	18	14.6
0.95	0.966	19	15.2
1.00	1.000	20	15.7

För att praktiskt kontrollera riktigheten häraf anställdes sträckningsförsök med 10 meter af Tekniska högskolans band, hvarvid erhöles:

$T$	Afl. på sk.	$-c$	$c_1 + m$	Ber. afl.
℄.	m.m.	m.m.	m.m.	m.m.
6	4.9	+ 2.51	7.41	4.8
12	7.0	+ 0.63	7.63	7.1
18	7.9	+ 0.28	8.18	8.0
24	8.7	+ 0.16	8.86	8.6

I denna tabell är  $c$  beräknad enligt

$$c = \frac{L^3 \omega^2}{24T^2} = \frac{0^m.0902}{T^2}.$$

Ur fjerde kolumnen erhålles:

$$\frac{\sigma L}{\omega} = 0^m.0000833$$

$$\sigma = 0^m.000000388$$

$$m = 6^{\text{mm}}.77.$$

För bestämning af  $T'_0$  har man

$$-\frac{0.0902}{T_0^2} + 0.0000833 T'_0 = 0$$

$$T'_0 = \sqrt[3]{\frac{0.0902}{0.0000833}} = 10.3 \text{ \AA},$$

hvilket ju, i betraktande af den mindre grad af utförlighet och omsorg, hvarmed detta försök blifvit gjordt, nöjaktigt stämmer med det värde (9.9  $\text{\AA}$ ), som gifvits i tabellen.

Om äfven värdet af  $T_0$ , bestämdt enligt eqvationen (13) och med antagande att det här gifna värdet för  $\sigma$  gäller för hvarje stålband, ej skulle vara fullt riktigt, så är detta ej af synnerlig betydelse, så vida bandets totala längd bestämmes genom uppmätande af en kortare, förut till sin längd känd, bas och med användande af samma värde för  $T_0$  som vid andra tillfällen.

Jag öfvergår nu till en undersökning af om någon inverkan utöfvas deraf, att bandets båda ändpunkter icke ligga i jernhöjd med hvarandra. Härvid är först att tillse huru mycket marken allra högst får slutta, utan att man derigenom förlorar i noggranhet, d. v. s. till huru mycket höjddifferensen vid bandets ändpunkter kan få uppgå utan att osäkerheten uti den vanliga reduktionen till horisontelt afstånd blir för stor. I allmänhet torde man kunna säga, att vid en afvägning, så vida den skall kunna utföras utan för mycken omtanke och för stort besvär, hvartill tillfälle ej gifves under basmätning med stålband, höjddifferenserna kunna bestämmas med en noggranhet

af åtminstone 3<sup>mm</sup>. Då nu den korrektion, som erfordras för reduktion till horisontelt afstånd, approximativt uttryckes genom

$$K = \frac{h^2}{2L},$$

der  $h$  är höjddifferensen och  $L$  bandlängden, så erhålles

$$dK = \frac{h}{L} dh.$$

Önskar man erhålla  $K$  på 0<sup>mm</sup>.1 när, under det att  $dh$  är 3<sup>mm</sup>, så är

$$\frac{h}{L} = \frac{1}{30},$$

d. v. s. att en stigning af 1 på 30 är den högsta tillåtna. Dock är det uppenbart, att, om undantagsvis vid en eller annan bandlängd stigningen skulle vara t. o. m. 1 på 10, så riskeras dervid i det hela ej synnerligen mycket, i synnerhet om vid dessa tillfällen större omsorg än vanligt egnas åt nivelleringen.

Af eqv. (4) framgår genom serietveckling:

$$(15) \dots \frac{y}{k} = 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{l}{k} \right)^2 - \frac{1}{8} \left( \frac{l}{k} \right)^4 + \dots$$

Betecknas ordinaterna för bandets ändpunkter med  $y$ , och  $y''$ , deras differens, som är höjdskilnaden vid nämnda punkter, med  $h$  och kurv längderna, räknade från nedersta punkten, med  $l$ , och  $l''$ , så är enl. (15)

$$\frac{y}{k} - \frac{y''}{k} = \frac{h}{k} = \frac{l^2 - l''^2}{2k^2} - \dots$$

Men  $l, - l''$  är bandets längd  $L$ ; om derjemte kurvans längd, räknad från nedersta punkten till bandets mittpunkt, utmärkes med  $\lambda$ , d. v. s.

$$\lambda = \frac{l + l''}{2}$$

$$l = \lambda + \frac{L}{2}$$

$$l'' = \lambda - \frac{L}{2},$$

så är approximativt

$$h = \frac{L\lambda}{k},$$

$$\lambda = \frac{kh}{L}.$$

Ur (15) får man nu approximativt

$$\frac{y_I}{k} = 1 + \frac{h^2}{2L^2} + \frac{h}{2k} + \frac{L^2}{8k^2}$$

och

$$\frac{y_{II}}{k} = 1 + \frac{h^2}{2L^2} - \frac{h}{2k} + \frac{L^2}{8k^2}.$$

Genom insättning af det ofördelaktigaste värdet å  $h$ , nemligen  $2^m$ , synes att  $\frac{y}{k}$  aldrig kan uppgå till 1.01. Då nu  $y$  är så nära konstant, så är det genom eqv. (5) klart, att den differens i tensionen, som uppenbarligen bör finnas vid bandets högre och dess lägre ändpunkt, alltid är omärkbar.

Af eqv. (3) ser man nu, att äfven  $\rho$  är ytterst litet beroende af  $h$ , att sålunda såväl korrektionen för bandets böjning som den för dess sträckning ej märkbart förändras genom markens sluttning inom den gräns, som derför blifvit bestämd, samt att sålunda tillvägagångendet vid mätning öfver måttligt sluttande mark är detsamma, som då baslinien går i det närmaste horisontelt.

För vinnandet af större noggranhet är det klart att man, i stället för att, då kraftmätaren anger  $T_0$ , ständigt utsätta nålen vid bandets slutstreck, kan afsigtligen sätta densamma något innanför och å bandets millimeterskala göra ett par afläsningar, af hvilka medium tages och antecknas såsom en korrektion. Det fel, som riskeras genom osäkerheten i inställningen på kraftmätaren, erhålles genom derivering af

$$-\frac{L^3\omega^2}{24} \cdot \frac{1}{T^2} + \frac{\sigma L}{\omega} \cdot T = C,$$

då man erhåller

$$\frac{dC}{dT} = \frac{L^3\omega^2}{12} \cdot \frac{1}{T^3} + \frac{\sigma L}{\omega}$$

eller för  $T = T_0$

$$\frac{dC}{dT_0} = \frac{3\sigma L}{\omega} (= 0.57 \text{ mm}).$$

Den korrektion  $K$ , som erfordras för hvarje bandlängds reduktion till horisontelt läge, uttryckes genom

$$K = \frac{h^2}{2L} + \frac{h^4}{8L^3} + \frac{h^6}{16L^5} + \dots$$

och innehållas i följande tabell, som gäller för ett 20-meters band. Denna korrektion är tydligen alltid negativ.

h.		K.		h.		K.		h.		K.		h.		K.	
f.	m.	m.m.	f.	m.	m.m.	f.	m.	m.m.	f.	m.	m.m.	f.	m.	m.m.	
0.03	0.01	0.0	1.18	0.35	3.1	2.32	0.69	11.9	3.47	1.03	26.5	4.61	1.37	47.0	
0.07	0.02	0.0	1.21	0.36	3.2	2.36	0.70	12.3	3.50	1.04	27.1	4.65	1.38	47.7	
0.10	0.03	0.0	1.25	0.37	3.4	2.39	0.71	12.6	3.54	1.05	27.6	4.68	1.39	48.4	
0.13	0.04	0.0	1.28	0.38	3.6	2.43	0.72	13.0	3.57	1.06	28.1	4.72	1.40	49.1	
0.17	0.05	0.1	1.31	0.39	3.8	2.46	0.73	13.3	3.60	1.07	28.6	4.75	1.41	49.8	
0.20	0.06	0.1	1.35	0.40	4.0	2.49	0.74	13.7	3.64	1.08	29.2	4.78	1.42	50.5	
0.24	0.07	0.1	1.38	0.41	4.2	2.53	0.75	14.1	3.67	1.09	29.7	4.82	1.43	51.2	
0.27	0.08	0.2	1.41	0.42	4.4	2.56	0.76	14.4	3.70	1.10	30.3	4.85	1.44	51.9	
0.30	0.09	0.2	1.45	0.43	4.6	2.59	0.77	14.8	3.74	1.11	30.8	4.88	1.45	52.6	
0.34	0.10	0.3	1.48	0.44	4.8	2.63	0.78	15.2	3.77	1.12	31.4	4.92	1.46	53.4	
0.37	0.11	0.3	1.52	0.45	5.1	2.66	0.79	15.6	3.81	1.13	31.9	4.95	1.47	54.1	
0.40	0.12	0.4	1.55	0.46	5.3	2.69	0.80	16.0	3.84	1.14	32.5	4.98	1.48	54.8	
0.44	0.13	0.4	1.58	0.47	5.5	2.73	0.81	16.4	3.87	1.15	33.1	5.02	1.49	55.6	
0.47	0.14	0.5	1.62	0.48	5.8	2.76	0.82	16.8	3.91	1.16	33.7	5.05	1.50	56.3	
0.51	0.15	0.6	1.65	0.49	6.0	2.80	0.83	17.2	3.94	1.17	34.3	5.09	1.51	57.1	
0.54	0.16	0.6	1.68	0.50	6.3	2.83	0.84	17.6	3.97	1.18	34.8	5.12	1.52	57.8	
0.57	0.17	0.7	1.72	0.51	6.5	2.86	0.85	18.1	4.01	1.19	35.4	5.15	1.53	58.6	
0.61	0.18	0.8	1.75	0.52	6.8	2.90	0.86	18.5	4.04	1.20	36.0	5.19	1.54	59.4	
0.64	0.19	0.9	1.79	0.53	7.0	2.93	0.87	18.9	4.08	1.21	36.6	5.22	1.55	60.2	
0.67	0.20	1.0	1.82	0.54	7.3	2.96	0.88	19.4	4.11	1.22	37.2	5.25	1.56	60.9	
0.71	0.21	1.1	1.85	0.55	7.6	3.00	0.89	19.8	4.14	1.23	37.9	5.29	1.57	61.7	
0.74	0.22	1.2	1.89	0.56	7.8	3.03	0.90	20.3	4.18	1.24	38.5	5.32	1.58	62.5	
0.77	0.23	1.3	1.92	0.57	8.1	3.06	0.91	20.7	4.21	1.25	39.1	5.36	1.59	63.3	
0.81	0.24	1.4	1.95	0.58	8.4	3.10	0.92	21.2	4.24	1.26	39.7	5.39	1.60	64.1	
0.84	0.25	1.6	1.99	0.59	8.7	3.13	0.93	21.6	4.28	1.27	40.4	5.42	1.61	64.9	
0.88	0.26	1.7	2.02	0.60	9.0	3.17	0.94	22.1	4.31	1.28	41.0	5.46	1.62	65.7	
0.91	0.27	1.8	2.05	0.61	9.3	3.20	0.95	22.6	4.34	1.29	41.6	5.49	1.63	66.5	
0.94	0.28	2.0	2.09	0.62	9.6	3.23	0.96	23.1	4.38	1.30	42.3	5.52	1.64	67.4	
0.98	0.29	2.1	2.12	0.63	9.9	3.27	0.97	23.5	4.41	1.31	42.9	5.56	1.65	68.2	
1.01	0.30	2.3	2.16	0.64	10.2	3.30	0.98	24.0	4.45	1.32	43.6	5.59	1.66	69.0	
1.04	0.31	2.4	2.19	0.65	10.6	3.33	0.99	24.5	4.48	1.33	44.3	5.62	1.67	69.8	
1.08	0.32	2.6	2.22	0.66	10.9	3.37	1.00	25.0	4.51	1.34	44.9	5.66	1.68	70.7	
1.11	0.33	2.7	2.26	0.67	11.2	3.40	1.01	25.5	4.55	1.35	45.6	5.69	1.69	71.5	
1.15	0.34	2.9	2.29	0.68	11.6	3.44	1.02	26.0	4.58	1.36	46.3	5.73	1.70	72.4	

h.			K.			h.			K.			h.			K.		
f.	m.	m.m.	f.	m.	m.m.	f.	m.	m.m.	f.	m.	m.m.	f.	m.	m.m.	f.	m.	m.m.
5.76	1.71	73.2	6.30	1.87	87.7	6.84	2.03	103.3	7.38	2.19	120.3	7.92	2.35	138.5			
5.79	1.72	74.1	6.33	1.88	88.7	6.87	2.04	104.3	7.41	2.20	121.4	7.95	2.36	139.7			
5.83	1.73	75.0	6.37	1.89	89.6	6.90	2.05	105.3	7.44	2.21	122.5	7.98	2.37	140.9			
5.86	1.74	75.8	6.40	1.90	90.5	6.94	2.06	106.4	7.48	2.22	123.6	8.02	2.38	142.1			
5.89	1.75	76.7	6.43	1.91	91.4	6.97	2.07	107.4	7.51	2.23	124.7	8.05	2.39	143.3			
5.93	1.76	77.6	6.47	1.92	92.4	7.01	2.08	108.5	7.54	2.24	125.8	8.08	2.40	144.5			
5.96	1.77	78.5	6.50	1.93	93.3	7.04	2.09	109.5	7.58	2.25	127.0	8.12	2.41	145.7			
6.00	1.78	79.4	6.53	1.94	94.3	7.07	2.10	110.6	7.61	2.26	128.1	8.15	2.42	146.9			
6.03	1.79	80.3	6.57	1.95	95.3	7.11	2.11	111.6	7.65	2.27	129.2	8.18	2.43	148.2			
6.06	1.80	81.2	6.60	1.96	96.3	7.14	2.12	112.7	7.68	2.28	130.4	8.22	2.44	149.4			
6.10	1.81	82.1	6.64	1.97	97.3	7.17	2.13	113.7	7.71	2.29	131.5	8.25	2.45	150.6			
6.13	1.82	83.0	6.67	1.98	98.3	7.21	2.14	114.8	7.75	2.30	132.7	8.29	2.46	151.9			
6.16	1.83	83.9	6.70	1.99	99.3	7.24	2.15	115.9	7.78	2.31	133.8	8.32	2.47	153.1			
6.20	1.84	84.9	6.74	2.00	100.3	7.28	2.16	117.0	7.81	2.32	135.0	8.35	2.48	154.4			
6.23	1.85	85.8	6.77	2.01	101.3	7.31	2.17	118.1	7.85	2.33	136.2	8.39	2.49	155.6			
6.26	1.86	86.8	6.80	2.02	102.3	7.34	2.18	119.2	7.88	2.34	137.4	8.42	2.50	156.9			

Om blott delen  $nL$  af bandet vid något tillfälle är använd, så är korrektionen

$$K' = \frac{h^2}{2L} \cdot \frac{1}{n} + \frac{h^4}{8L^3} \cdot \frac{1}{n^3} + \dots$$

eller temligen nära

$$K' = \frac{K}{n} \quad (n < 1).$$

Då denna formel för större lutningar ej ger tillräcklig noggrannhet, så måste man för dessa fall särskildt beräkna korrektionen. Önskar man denna riktig på  $0^{mm}.05$  när, så är det nyss gifna värdet på  $K'$  tillräckligt noggrant, om för

$n = 0.1$	$h$ ej är större än $0^{m}.24$
0.2	0.40
0.3	0.55
0.4	0.70
0.5	0.85
0.6	1.02

$n = 0.7$   $h$  ej är större än  $1^m.21$

0.8 1.46

0.9 1.87

Vid de mätningar, som för utrönandet af metodens användbarhet blifvit gjorda och som här anföras, har jag blifvit med beredvillighet biträdd af observatorieamanuenserna LINDHAGEN, BRANTING och RANCKEN, till hvilka jag härmed uttalar min tacksamhet. De linier, som dervid blifvit uppmätta äro: dels en å Ladugårdsgärdet, som samma dag mättes fram och åter, dels den förut omnämnda linien å Tekniska högskolans gård.

Mätningarna äro reducerade med en ur dem å Tekn. högskolans gård beräknad utvidgningskoefficient = 0.000009074 samt, för öfverensstämmelse med det värde 105.2502, som erhöles med basapparaten, med en konstant korrektion för bandet af  $+1/8100$  vid  $+16°.25$  Cels. eller utan korrektion, då temperaturen reduceras till  $+2°.6$  Cels. Utvidgningskoefficienten torde dock möjligen sedermera, då observationer erhållas äfven vid högre temperaturer, komma att något ändras. Vid termometrarna äro behöriga korrektioner anbragta. För den ena termometern är korrektionen konstant =  $+1°.1$ , för den andra deremot

vid  $-18°$  ..... +  $0°.1$

» 0 ..... —  $0°.6$

»  $+16$  ..... —  $0°.5$

Bandets delningsfel hafva befunnits vara

vid  $5^m$  ..... +  $0^{mm}.55$

» 5 .3 ..... + 0 .3

» 10 ..... + 0 .25

» 15 ..... — 0 .1

#### 1. Mätning å Ladugårdsgärdet, 1879, Nov. 28.

Resultat:  $585^m.2629$

585 .2645

Medium  $585^m.2637$

Hvardera mätningens afvikning från medium är  $0^{\text{mm}}.8$  eller  $\frac{1}{730000}$  af hela längden. Den första mätningen kräfde en tid af  $1^{\text{t}} 32^{\text{m}}$ , deruti inräknadt en fullkomligt obehöflig paus af  $24^{\text{m}}$ . Till den senare mätningen, då pålarne nedslogos i de hål, som de förut lemnat i marken, åtgick  $0^{\text{t}} 42^{\text{m}}$ . Marken var frusen, hvarigenom pålarnas utsättande i betydlig grad försvårades.

## 2. Mätningar af basen å Tekniska högskolans gård.

	m.	Afv. fr. dagsmedium. m.m.	Temp.
1879, Nov. 27.	105.2494	0.1	
	493	0.0	
	488	0.5	
	492	0.1	
	498	0.5	
	493	0.0	
	105.2493	0.21	— $0^{\circ}.75$
» 28.	105.2514	0.0	
	515	0.1	
	511	0.3	
	517	0.3	
	105.2514	0.18	— $3^{\circ}.5$
Dec. 2.	105.2510	0.1	
	504	0.5	
	507	0.2	
	509	0.0	
	512	0.3	
	511	0.2	
	105.2509	0.19	— $13^{\circ}.3$
» 3.	105.2495	0.2	
	500	0.3	
	105.2497	0.24	— $13^{\circ}.45$
» 14.	105.2514	0.3	
	512	0.1	
	512	0.1	
	504	0.7	
	105.2511	0.30	+ $0^{\circ}.5$

	m.	Afv. fr. dagsmedium. m.m.	Temp.
1879, Dec. 15.	105.2495	0.1	
	495	0.1	
	494	0.2	
	500	0.4	
	<hr/>		
	105.2496	0.18	+ 3°.2
1880, Jan. 8.	105.2498	0.2	
	492	0.4	
	497	0.1	
	495	0.1	
	<hr/>		
	105.2496	0.18	+ 3°.7
» 10.	105.2501	0.1	
	499	0.3	
	506	0.4	
	503	0.1	
	<hr/>		
	105.2502	0.20	— 0°.7

Allmänt medium = 105<sup>m</sup>.2502.

#### Anmärkingar vid observationerna.

Nov. 27, 1:a mätningen. Stolpar af jern med skrufvar för in-justeringen vid bandets båda ändpunkter användes, men lemnades sedan obegagnade, såsom befunna tidsödande och obehöfliga.

Nov. 28, 3:e mätningen. Bandet sträckes till 25  $\text{Å}$  före hvarje utläggning — detta för att utröna huruvida någon efterverkan af en starkare sträckning vore att frukta.

Af mätningarna visar sig en betydligt olika grad af öfverensstämmelse mellan dem, som gjorts samma dag, och dem, som tillhöra olika dagar, i det nemligen för en enstaka mätning medeltalet af det sannolika felet, beräknadt genom differenserna med dit hörande dagsmedium, är

$\pm 0^{\text{mm}}.21$  eller  $\frac{1}{500000}$  af hela längden, under det att för ett dagsmedium det sannolika felet, beräknadt genom jämförelse med det allmänna medium, är

$0^{\text{mm}}.54$  eller  $\frac{1}{195000}$ .

Det förra af dessa fel är tydligen uppkommet genom osäkerheten vid utläggningarna af bandet eller nålarnas utsättande och skall, såsom beroende af endast denna tillfälliga orsak, växa med kvadratroten ur antalet bandlängder samt blir därför vid uppmätandet af en längre bas af mindre betydelse, d. v. s. inverkar då med en mindre bråkdel af hela längden.

Det sannolika felet för ett dagsmedium, hemtadt ur de enstaka observationerna för hvarje dag, är i medeltal

$$\pm 0^{\text{mm}}.11 \text{ eller } 1/1000000 \text{ af basens längd.}$$

Det ofvan nämnda, ur det allmänna mediet härledda, sannolika felet för ett dagsmedium, eller  $0^{\text{mm}}.54$ , är till sin hufvudsakliga del beroende af någon annan orsak än den, som föranledt de små differenserna mellan de enstaka observationerna, men äfven denna felkälla har dervid inverkat (med  $\pm 0^{\text{mm}}.11$ ), hvarför det af den andra felkällan ensamt beroende felet blir

$$\pm \sqrt{0.54^2 - 0.11^2} = \pm 0^{\text{mm}}.53 \text{ eller } 1/200000,$$

hvilket därför på en längre bas borde hafva blifvit det sannolika felet för ett dagsmedium. För en bas af den längd, som den å Tekniska högskolans gård, blir det ur båda de nämnda felorsakerna härledda sannolika felet för en enda observation

$$\pm \sqrt{0.53^2 + 0.21^2} = \pm 0^{\text{mm}}.56 \text{ eller } 1/188000,$$

men deremot för en *längre* bas, då blott den ena felkällan inverkar, blir felet

$$1/200000,$$

*hvilket därför kan anses vara det fel, som i allmänhet riskeras vid en enda mätning med stålband.* Man torde kunna förutsätta, att en geodetisk bas, då större säkerhet åstundas, vanligen mätes åtminstone 2 gånger. Vid stålbandsmätning vinnes såvida de 2 mätningarna ske *samma dag*, enligt hvad af det föregående framgår, dervid ej någon större grad af noggrannhet, utan blott en kontroll, såsom värn emot grofva fel, begångna genom misstag. Göras åter de båda mätningarna på olika dagar, så vinnes ej blott denna kontroll utan äfven en större noggrannhet, emedan denna då för medium af de båda observationerna bör blifva

$$1/\sqrt{2 \times 200000} = 1/280000,$$

hvilket sålunda är den grad af säkerhet i slutresultatet, som man vid användande af stålbandet i de geodetiska operationerna bör hafva att vänta.

Såsom synes antyda observationerna ej någon med tiden försiggången förändring i bandlängden. Vid deras anställande har arbetsfördelningen personerna emellan alltid varierats inom samma dag, hvarför observationerna äfven tydligt ådagalägga att ingen personlig eqvation är att befara. Dessutom har genom dem vunnits den erfarenhet, att, då pålarna äro på förhand ut-satta, en tid af en minut åtgått för hvarje bandlängd, så att man derför i sådant fall kan med ett 20-meters band mäta 1200 meter på en timme.

Hvad orsaken till afvikelserna emellan resultaten från de olika dagarna angår, så kan den ligga möjligen deruti, att bandet under tiden emellan mätningarna legat trångt sammanrulladt (rullens inre och yttre diametrar ungefär 4 och 11 centim.); om så är förhållandet, så undvikes felet lätt derigenom, att man rullar bandet mindre trångt. Vore afvikelserna på något sätt beroende af väderlekens vexlingar, t. ex deraf, att vid en viss fuktighetsgrad hos luften termometrarna antaga en viss temperatur och bandet en derifrån något skiljaktig, under det deremot vid en annan fuktighetsgrad förhållandet vore annorlunda. I sådant fall borde variationerna dag från dag blifva nära lika för två band och för öfrigt kunna oskadliggöras genom att anteckna temperaturerna efter en torr och en fuktad termometer. Huru härmed kan förhålla sig, har jag ej haft tillfälle att undersöka, men ämnar i framtiden anställa dessa experiment i förening med några andra hit hörande.

Slutligen må det tillåtas mig att uttala mina åsigter rörande möjligheten för stålbandsmätning att tjena den högre geodesien. Denna metod har framför mätning med stänger följande företräden:

1. Betydlig tidvinst.
2. Billig, lätt transportabel och mindre ömtålig apparat.

3. Fordrar mindre arbetsstyrka, förstör marken mindre.
4. Stålbandsmätningen går lättare fram i kuperad mark samt öfver breda hinder (åar o. d.) än mätning med basapparat.

En för båda slagen af mätning gemensam olägenhet är, i likhet med för alla slag af mätningar, *solskenet*, ehuru detta dock i högre grad påverkar stålbandet. Denna olägenhet bör dock förminsкас genom att förnickla bandet, hvilket för öfrigt för dettas hållbarhet är att rekommendera.

I ett enda afseende har mätning med stänger ett odisputabelt företräde, nemligen *graden af noggrannhet*, och detta vore i och för sig ensamt tillräckligt att utestänga stålbandet från den högre geodesiens tjänst, såvida icke detta företräde delvis uppvägdas af några andra omständigheter.

Förhållandet är nämligen det, att en bas, som skall uppmätas med stänger, ej gerna göres större än  $\frac{1}{4}$  till  $\frac{1}{2}$  mil, detta dels af den orsaken, att mätningen eljest skulle fordra för mycken tid och omkostnader, dels äfven därför, att sällan en större plats för sådan mätning kan erhållas. Denna i förhållande till triangelsidorna korta bas förenas sedan med en af dessa genom en vanligen trefaldig öfvergång från mindre till större sidor. Detta gör att då man bestämt den första sidan i hufvudtriangelarna noggrannheten har blifvit förringad till åtminstone  $\frac{1}{400000}$ . Hade man deremot att tillgå en större bas, så skulle öfvergången till den första triangelsidan blifva genare och derigenom på vägen en mindre del af noggrannheten borttappas. Med stålbandsmätning är det lättare att finna terräng för en relativt lång bas. Dessutom ligger äfven en fördel deruti, att man med en vigare mätningsmetod kan uppmäta flere baser än man eljest består sig, d. v. s. förlägger dem närmare hvarandra, hvarigenom, på samma gång som kontroller oftare erhållas, man äfven vinner en jemnare fördelning af mätningsfelen i nätet.

Härmed vill jag dock ingalunda hafva påstått, att bandet verkligen till någon del kan uttränga basstängerna, utan blott a priori hafva delgifvit några allmänna anmärkningar öfver detta ämne.

